

SREDNJE ŠKOLE REPUBLIKE SRBIJE

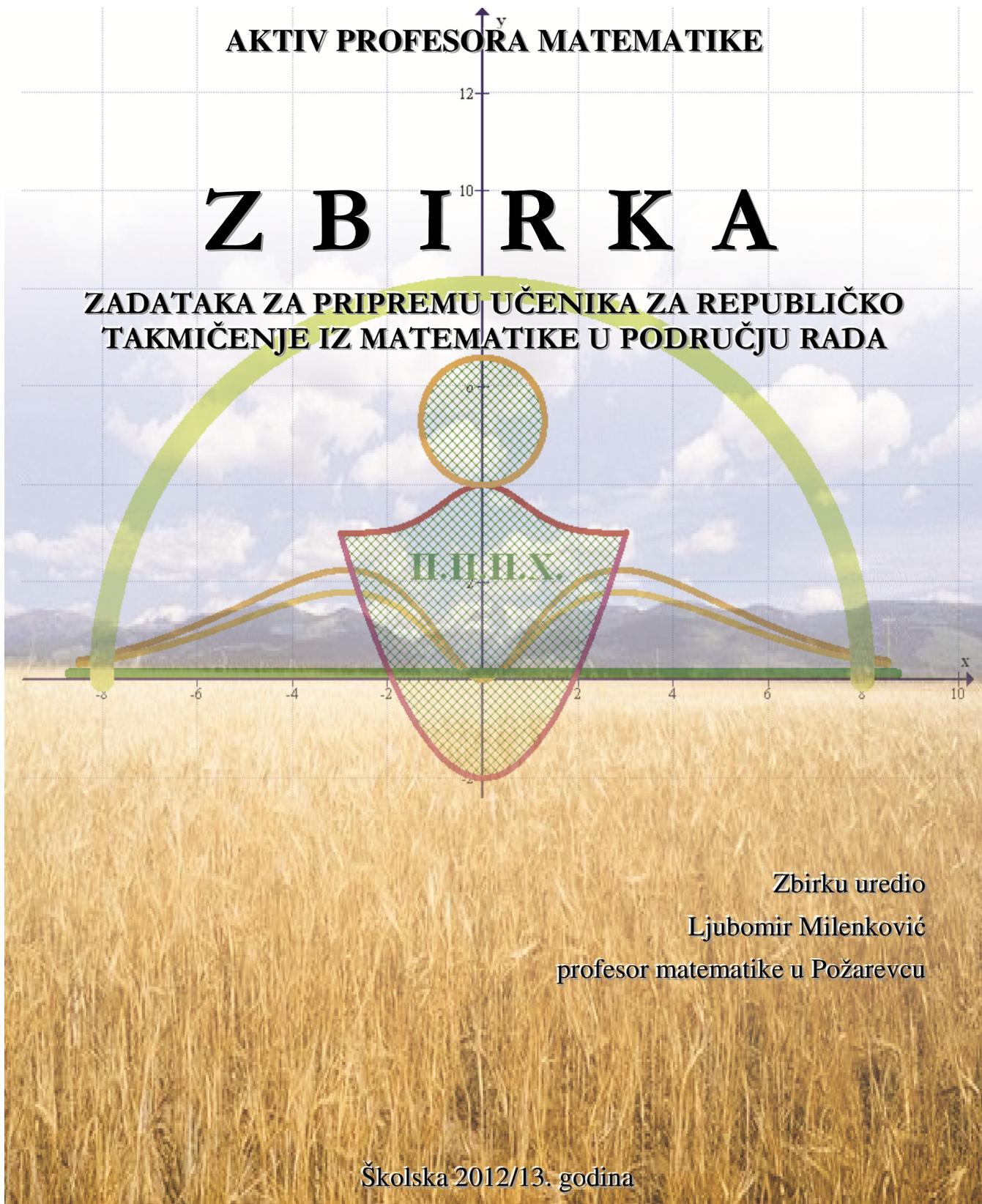
PODRUČJE RADA

POLJOPRIVREDA PROIZVODNJA I PRERADA HRANE

AKTIV PROFESORA MATEMATIKE

Z B I R K A

ZADATAKA ZA PRIPREMU UČENIKA ZA REPUBLIČKO
TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE U PODRUČJU RADA



Zbirku uredio
Ljubomir Milenković
profesor matematike u Požarevcu

Školska 2012/13. godina

PREDGOVOR



Profesori zaposleni u srednjim stručnim školama kao što su poljoprivredno prehrambene, veterinarske, šumarske davno su uočili da takmičenje matematičara u organizaciji Ministarstva prosvete i Društva matematičara Srbije ili Arhimedes-a nisu prihvatljiva za učenike ovih škola jer, sa postojećim fondom časova i prema sadržaju nastavnih programa, oni su u podređenom položaju u odnosu na učenike iz gimnazija i tehničkih škola. Učešćem na ovim opštim takmičenjima u ranijim godinama je kao rezultat imalo razočarenje učenika poljoprivrednih škola što je dalje značilo njihovo odbijanje da se pripremaju i učestvuju na takmičenjima. Iz ovih razloga 1976. godine na inicijativu g-dina Dušana Alavanje, tadašnjeg profesora matematike Poljoprivredno-prehrambenog školskog centra "Sonja Marinković" u Požarevcu, ova škola i Republički zavod za unapređenje vaspitanja i obrazovanja iz Beograda organizovali su Prvo takmičenje matematičara poljoprivrednih vodoprivrednih, šumarskih i cvećarskih škola Srbije van pokrajina. Pokazalo se da je ovakvo takmičenje dobro jer učenici veoma sličnih znaja i sposobnosti, a koji proučavaju slične nastavne oblasti međusobno odmeravaju svoju oštroumnost pri rešavanju matematičko-logičkih zadataka što sve učenike ovih škola motiviše da dodatno rade na proučavanju matematike i razvijanju apstraktnog mišljenja. Sem toga organizovanje ovih takmičenja je dobar povod i dodatna prilika za dobru stručnu saradnju matematičara, ali i drugih nastavnika iz ovih škola. Ovo takmičenje se sada održava pod nazivom Republičko takmičenje učenika iz matematike u području rada poljoprivrede, proizvodnja i prerada hrane.

Kao rezultat saradnje na organizovanju ovog takmičenja došlo se do ideje da se priredi ovakva zbirka koja treba da pomogne učenicima da se pripreme za takmičenje, ali i da dodatno usavršavaju svoje znanje u okviru redovnog školovanja. Istovremeno zbirka je okvir za izbor zadataka po modelu i težini pri organizaciji takmičenja.

Zbirka sadrži za svaki razred po 10 tema zajedničkih za sve obrazovne profile u području rada. Izbor zadataka je dat od strane profesora članova Aktiva matematičara u području rada poljoprivrede proizvodnja i prerada hrane. Pri tome je korišćena odobrena nastavna literatura, zbirke za pripremanje prijemnih ispita na fakultetima, zbirke sa nekih drugih takmičenja, ali i zadaci koje su sastavljali sami nastavnici.

Ove godine je zbirka dopunjena zadacima za III razred. Neke teme ili delovi tema su pomereni iz II u III razred zbog promene nastavnog plana i programa.

Zbog kratkog vremena za uređivanje zbirke i načina izbora zadataka od više nezavisnih predlagača moguće je ponavljanje sličnih pa čak i identičnih zadataka. Takođe su moguće i tehničke greške. Zbog svega toga unapred se zahvaljujem svima koji mi pošalju primedbe i sugestije u smislu poboljšanja zbirke.

Za sledeću školsku godinu zbirku treba dopuniti zadacima za četvrti razred pa je u tom smislu poželjno predlagati i nove zadatke.

Na sledećoj strani je [sadržaj](#) sa linkovanim nazivima koji će vam olakšati pretragu zbirke ako je koristite u elektronskoj formi.

Zahvaljujem se svim kolegama koji su do sada priložili materijal i svima koji mi budu poslali svoje mišljenje o zbirci i predlog ispravke ili dopune.

Ljubomir Milenković

SADRŽAJ

<u>Predgovor</u>	2
------------------------	---

PRVI RAZRED

1. <u>Realni brojevi</u>	4
2. <u>Skupovi</u>	5
3. <u>Primena proporcije</u>	7
4. <u>Račun smeše i procentni račun</u>	9
5. <u>Rastavljanje polinoma na činioce</u>	9
6. <u>Operacije sa algebarskim izrazima (razlomcima)</u>	10
7. <u>Geometrija</u>	11
8. <u>Linearna jednačina</u>	13
9. <u>Primena linearnih jednačina</u>	14
10. <u>Logički zadaci</u>	15

DRUGI RAZRED

1. <u>Sistem linernih jednačina</u>	16
2. <u>Pravila stepenovanja</u>	17
3. <u>Korenovanje i racionalisanje imenioca</u>	19
4. <u>Kompleksni brojevi</u>	20
5. <u>Kvadratna f-ja</u>	21
6. <u>Kvadratne j-ne i primene</u>	22
7. <u>Vietove formule i priroda rešenja kvadratne jednačine</u>	22
8. <u>Kvadratna nejednačina</u>	23
9. <u>Trigonometrija pravouglog trougla</u>	24
10. <u>Logički zadaci</u>	25

TREĆI RAZRED

1. <u>Eksponecijalna f-ja i eksponecijalne j-ne</u>	29
2. <u>Logaritamska f-ja i logaritmovanje, logaritamske jednačine</u>	29
3. <u>Trigonometrijske f-je proizvoljnih uglova</u>	30
4. <u>Sinusna i kosinusna teorema</u>	32
5. <u>Analitička geometrija u ravni</u>	33
6. <u>Poliedri</u>	34
7. <u>Obrtna tela</u>	34
8. <u>Nizovi</u>	36
9. <u>Sistemi jednačina i primene</u>	37
10. <u>Logički zadaci</u>	39

ZADACI SA ODRŽANIH TAKMIČENJA

1. <u>I razred 1994. godine u Požarevcu</u>	41
2. <u>II razred 1994. godine u Požarevcu</u>	41
3. <u>III razred 1994. godine u Požarevcu</u>	42
4. <u>IV razred 1994. godine u Požarevcu</u>	42
5. <u>I razred 2008. godine u Požarevcu</u>	43
6. <u>II razred 2008. godine u Požarevcu</u>	46

PRVI RAZRED

1. Realni brojevi



Izračunavanje brojevnih izraza, prevođenje broja iz decimalnog periodičnog zapisa u razlomak, iracionalni brojevi

- Izračunaj tačnu vrednost izraza $\left(1 - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{8}$.
- Izračunaj tačnu vrednost izraza $\frac{3}{4} : \left(1 - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} : \frac{3}{8}$.
- Izračunaj tačnu vrednost izraza $\left(6,72 : \frac{3}{5} + 1\frac{1}{8} \cdot 0,8\right) : 1,21 - 8\frac{3}{8}$.
- Izračunaj tačnu vrednost izraza $M = a - (b - c)$ ako je

$$a = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} : \frac{4}{5} + \frac{2}{5}; \quad b = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) : \frac{4}{5} + \frac{2}{5}; \quad c = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{5}\right)$$
- Izračunaj tačnu vrednost izraza $M = a : b - c \cdot (a + b)$ ako je $a = -2\frac{1}{3}$; $b = -1,2$; $c = 0,5$.
- Ako je $x = -3\frac{1}{5}$ izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{2}{3} \cdot x + \frac{5}{6} \cdot x - 2 \cdot x$
- Ako je $xy = -1,5$ izračunaj tačnu vrednost izraza $A = 0,5x \cdot 0,2y \cdot 0,1 \cdot x \cdot (-y)$
- Ako je $x - y = 10$ izračunaj $A = 10\frac{1}{2} - 2,2x + y \cdot \frac{11}{5}$
- Dati su brojevi $a = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3} : \frac{1}{2}$; $b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{2}$; $c = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} : \frac{1}{2}\right)$. Poredaj brojeve po vrednosti od najmanjeg do najvećeg.
- Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\frac{32}{3}}{\frac{62}{75} - 0,16} - 25$
- Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\frac{28}{5}}{\frac{13}{12} - 0,25} - 15$

12. Izračunaj tačnu vrednost razlike brojeva $a = 3,123123123\dots$ i $b = 2,121212\dots$
13. Izračunaj tačnu vrednost zbira brojeva $a = 2,666\dots$ i $b = 1,565656\dots$
14. Dati su brojevi $a = 0,120120120\dots$; $b = \frac{222}{55}$; $c = \frac{1}{6}$ napiši u obliku razlomka broj a , a zatim izračunaj tačnu vrednost izraza $x = a - \frac{1}{b} + c$
15. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = (\sqrt{12} - \sqrt{3})^2 - \left(1 + \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{2}\right)$
16. Dati su brojevi $x = 0,212121\dots$; $y = \frac{2}{15}$; $z = \frac{55}{4}$ napiši u obliku razlomka broj x , a zatim izračunaj tačnu vrednost izraza $A = x - y + \frac{1}{z}$.
17. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = (\sqrt{18} - \sqrt{2})^2 - \left(2 + \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{2}{3}\right)$
18. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = (\sqrt{48} - \sqrt{3}) : \frac{3\sqrt{3}}{2} - \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)$
19. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = (\sqrt{50} - \sqrt{2}) : \frac{4\sqrt{2}}{3} - \left(2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{7}\right)$
20. Izračunaj tačnu vrednost izraza $a = |-5| - 3|| + 4| + 2| - 7||$
21. Izračunaj tačnu vrednost izraza $a = (\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - (\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$
22. Izračunaj tačnu vrednost izraza $a = (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + (\sqrt{2} - \sqrt{18})^2$
23. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = (\sqrt{75} - \sqrt{48} + \sqrt{27})(\sqrt{12} - \sqrt{3})$
24. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = (\sqrt{45} + \sqrt{48} - \sqrt{20} - \sqrt{27})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$
25. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{0,5 + \frac{3}{2}}$
26. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{\frac{1}{2} - 0,75}$

2. Skupovi

Osnovne skupovne operacije. Prebrojavanje konačnih skupova

27. Anketirano je 40 građana da li su putovali u neku od tri države: Italiju, Francusku ili Grčku. Rezultati ankete su sledeći: Grčku je posetilo 15 građana, Francusku 13, Italiju 11. Grčku i



- Francusku je posetilo 5, Grčku i Italiju 4, Italiju i Francusku 3, a jedan građanin je posetio sve tri države. Koliko anketiranih građana nije posetilo ni jednu od navedenih zemalja?
28. Na kontrolnoj vežbi iz matematike učenici jednog odeljenja rešavaju 3 zadatka. Prvi zadatak je rešilo 18 učenika, drugi je rešilo 16, a treći 17. Prva dva zadatke je tačno uradilo 9 učenika, prvi i treći su znala 11 učenika, 10 učenika je rešilo drugi i treći, a sva tri zadatke je rešilo 7 učenika. Jedan učenik nije rešio ni jedan zadatak. Koliko učenika je je radilo kontrolnu vežbu?
29. Na poljoprivrednom dobru ima 40 oglednih parcela, koje se dubre đubrivima A,B ili C. Đubrivo A baca se na 24 parcele, B i C na 3 parcele, a A i B na 7 parcela. Samo C baca se na 8 parcela. Samo dve vrste bacaju se na 15 parcela, a sve tri vrste na 2 parcele. Na koliko se parcela ukupno baca đubrivo B, a na koliko C?
30. U školskom izveštaju dati su podaci o sportskim aktivnostima učenika: 50% učenika igra košarku, 40% igra rukomet, 10% rukomet i fudbal, 5% se bavi sa sva tri sporta. Za fudbal nije zainteresovano 40%, 30% igra fudbal ali ne i košarku, 20% igra rukomet a ne košarku.
- a) Koliko % učenika se ne bavi ni jednim navedenim sportom?
- b) Koliko % se bavi samo jednim od tri navedena sporta?
31. Na republičkom takmičenju poljoprivrednih škola svaki od 10 učesnika govori bar jedan od tri strana jezika: francuski, engleski ili ruski. Ruski govori 57 učesnika, ruski i francuski 28, engleski i francuski 34, a Pet učesnika govori samo francuski. Samo dva strana jezika govori 49, a sva tri jezika govori 11 učesnika. Koliko učesnika govori samo engleski jezik, a koliko njih ne govori francuski?
32. U jednom prevodilačkom birou radi 52 prevodioca. Među njima: 20 govori ruski, 35 govori engleski 19 govori francuski, 11 govori ruski i engleski, 7 govori francuski i ruski, a 9 govori francuski i engleski.
- a) Koliko prevodioca govori sva tri jezika?
- b) Koliko njih govori samo ruski?
33. U jednom odeljenju od 30 učenika odgovaralo je: 19 učenika matematiku, 17 fiziku, 11 istoriju, 12 matematiku i istoriju, 5 fiziku i istoriju, a dva učenika je odgovaralo sva tri predmeta.
- a) Koliko učenika je odgovaralo tačno 2 od tri navedena predmeta?
- b) Koliko učenika je odgovaralo tačno jedan od navedenih predmeta?
34. Ako je: $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \emptyset$; $A \setminus B = \{1, 3, 4, 5\}$; $C \setminus B = \{2, 4\}$ i $(A \cap B) \setminus C = \{6\}$ odredi elemente skupova A, B i C
35. U grupi od 20 učenika svako od njih se bavi jednom od sportova – košarka, fudbal, rukomet i to: 1 se bavi svim sportovima, 2 se bave košarkom i rukometom, 4 se bave fudbalom i rukometom, a 3 se bavi fudbalom i košarkom. Fudbalom se bavi 7, a samo košarkom 4 učenika. Koliko se učenika bavi samo rukometom?
36. U školi ima 60 nastavnika. Od tog broja njih 39 pije kafu, 28 pije čaj, 16 pije i čaj i kafu. Ima li nastavnika koji ne piju ni čaj ni kafu?
37. U jednoj porodici bilo je mnogo dece. Sedmero od njih volelo je kupus, šestoro šargarepu, petoro krompir. Četvoro je volelo kupus i šargarepu, troje kupus i krompir, dvoje šargarepu i krompir. A samo jedno dete je volelo i kupus i šargarepu i krompir. Koliko je ukupno bilo dece u toj porodici.

38. Dat je skup $S = \{0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$. Odredi skupove: $A = \left\{ x \mid x \in S \wedge \left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \right) \in S \right\}$ i $B = \left\{ y \mid y \in S \wedge \left(y + \frac{y}{2} \right) \in S \right\}$. Zatim odredi i skupove: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$, $P(A \setminus B)$.
39. U jednoj školi svaki od 100 učenika uči bar jedan od stranih jezika: engleski, francuski ili ruski. Ruski jezik uči 57 učenika, ruski i francuski 28, engleski i francuski 34 a 5 učenika uči samo francuski. Samo dva strana jezika uči 49 učenika, a sva tri 11 učenika. Koliko učenika govori samo engleski? Koliko učenika ne uči francuski jezik?
40. U košarkaskom timu igra 5 bekova, 4 centra i 3 krila. Na koliko načina se može sastaviti prva petorka, ako u njoj moraju da budu bar 2 beka i bar 1 centar?

3. Primena proporcije



Produžene proporcije, račun podele, složen srazmerni račun

41. Ako 2kg šećera vredi koliko 3kg soli, a 4kg soli kao 3kg brašna koliko kg brašna vredi kao 8kg šećera?
42. Šest svezaka košta isto koliko i 7 gumica, a 2 sveske kao 3 olovke. Koliko gumica vredi kao 9 olovaka?
43. Koliko je puta veličina a veća/manja od b ako je $b : c = 3 : 1$ i $\frac{c}{a} = \frac{7}{3}$? (a , b , i c su pozitivne veličine).
44. Ako je je a 4,5 puta veće od c , a c je 1,5 puta manje od b , koliko je puta a veće/manje od b ? (a , b , i c su pozitivne veličine).
45. Podeliti 2080 din. na tri dela, tako da se ti delovi budu obrnuto proporcionalni brojevima 2, 3 i 4.
46. Četiri učenika: Jelena, Dragan, Ivan i Marko su na takmičenju iz matematike ostvarili dobar rezultat pa su nagrađeni sa ukupno 46500 dinara, Iznos nagrade treba da podele srazmerno broju osvojenih poena na takmičenju. Koliko je svako od njih dobio ako je Jelena osvojila 86, Dragan 82, Ivan 74, a Marko 68 poena?
47. Ružica, Olgica, Dragana i Toma dobili su na lotou 123500 dinara i dobitak podelili srazmerno ulozima. Olgicin ulog prema Tominom se odnosi kao 5:2, dok je Ružica uložila 3 puta manje od Dragane. Tomin ulog prema Draganinom je $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ Koliko je dobio svako od njih?
48. Trgovina je nabavila 520kg banana, 340kg narandži, 240kg limuna i 750kg jabuka. Prevozniku je za transport ukupne količine voća plaćeno 7400dinara. Koliki je transportni trošak za svaku od četiri vrste voća ako su troškovi srazmerni količinama voća?
49. Neki posao 6 radnika mogu da završe za 5 dana. Za koliko dana će biti završen ceo taj posao ako posle dva dana dođe još tri radnika i svi nastave da rade pod istim uslovima?
50. Pumpa izvuče za 8 minuta 18hl vode sa dubine od 200m. Za koje će vreme ista pumpa izvući 36hl vode sa dubine od 150m?
51. Planirano je da 5 radnika izvrši popis robe za 4 dana radeći 8 časova dnevno. Međutim, drugog dana, zbog bolesti, na posao ne dođu 2 radnika, pa se ostali dogovore da svaki dan rade 2 sata duže. Da li je popis završen na vreme?

52. Za izradu 100 komada letnjih odela treba 300 m tkanine, širine 140 cm. Koliko metara tkanine treba za izradu 150 komada odela, ako je tkanina širine 150 cm?
53. Radeći dnevno po 6 časova 40 radnika završi neki posao za 20 dana i za to primi 192000 dinara. Koliko dana treba da rade 50 radnika ako rade po 8 časova dnevno da bi zaradili 160000 dinara?

4. Račun smeše i procentni račun



54. Napravi 3,5% rastvor NaOH za dezobarijeru dimenzija: dužine 8m, širine 2,5m i dubine 25cm. Koliko je potrebno rastvora, koliko natrijum hidroksida (NaOH), a koliko vode.
55. Koliko vode treba dodati u 450ml 8% rastvora soli da bi se dobio rastvor koncentracije 5%?
56. Sveže pečurke sadrže 90% vode, a suve 12%. Koliko se suvih pečuraka može dobiti od 22kg svežih?
57. Sveže pečurke sadrže 88% vode, a suve 12% vode. Koliko svežih pečurki je potrebno da bi se dobilo 8 kg suvih pečurki?
58. U tri prodavnice cena jedne košulje je bila ista. U Vanjinoj prodavnici košulja je prvo poskupela 20%, a zatim pojeftinila za isti procenat. Kod Cveleta je ista takva košulja prvo pojeftinila 20%, a zatim poskupela za isti procenat. Boško u svojoj prodavnici nije menjao cene. U kojoj prodavnici je ta košulja sada najjeftinija, a u kojoj najskuplja?
59. Roba je poskupela 20%, a zatim pojeftinila 20%.
- Koliko procenata se promenila cena u odnosu na prvobitnu?
 - Ako je sada cena te robe 800 dinara kolika je bila prvobitna cena?
60. Roba je poskupela 30%.
- Kolika je nova cena ako je prvobitna bila 1000 dinara?
 - Koliko % sada treba da pojeftini ta roba da bi se dobila prvobitna cena?
61. Sveže grožđe sadrži 85% vode a suvo 10%.
- Koliko treba svežeg grožđa da bi se dobilo 8kg suvog?
 - Koliko se dobija suvog od 100kg svežeg grožđa?
62. Robi je snižena cena za 20% i sada iznosi 4640 dinara. Kolika je bila stara cena te robe?
63. Trgovinsko preduzeće želi da pomeša 250 kg pirinča po ceni od 8,2 dinara sa izvesnom količinom pirinča od po 8,6 dinara po kilogramu tako da kilogram mešavine košta 8,5 dinara za kilogram. Koliko treba uzeti pirinča po ceni od 8,6 din/kg?
64. Sastaviti 1000 litara vina jačine 10% od vina jačine 11,8% i vina jačine 8,1%. Koliko litara vina treba uzeti od svake vrste vina?
65. Koliko je potrebno kiseline, a koliko vode da bi se napravilo 30 litara 5% rastvora kiseline?
66. Odredi koncentraciju soli (u %) u rastvoru koji se dobije kada pomešamo 1,5 kg soli sa 48,5 kg vode.
67. Od dugog čuvanja ječam gubi u prvoj godini od svoje težine 3%, a za svaku narednu gubi po 1% od težine. Koliko ostane ječma od 100 tona nakon 3 godine?
68. Za koliko procenata se promeni površina pravougaonika ako mu se dužina poveća za 10%, a širina smanji za 10%?
69. Cena neke robe smanjena je za 4%. Za koliko procenata treba povećati novu cenu da bi se dobila prvobitna cena?

70. Jedna knjiga je 25% skuplja od druge knjige. Za koliko procenata je druga knjiga jeftinija od prve knjige?
71. Koliko litara vode treba sipati u 180 l špiritusa jačine 90% da bi se dobio špiritus jačine 81%?
72. U posudi je bilo 400ml 6% rastvora soli. Posle izvesnog vremena, zbog isparenja, u posudi je ostalo 300ml rastvora. Kolika je procenata soli u novom rastvoru?

5. Rastavljanje polinoma na činioce



73. Rastavi polinome na činioce:

a) $49x^2 - 70x + 25 - 25y^2$ b) $x^3 + y^3 - x^2 + y^2$ c) $x^2 - 40x + 144$

74. Rastavi polinome na činioce:

a) $9x^2 - 12x + 4y^2 - 4z^2$ b) $x^3 + x^2 + 8y^3 - 4y^2$ c) $x^2 + 20x + 64$

75. Rastavi polinome na činioce:

a) $9a^2 - 30ab + 25b^2$ b) $1 + a^2x^2 - a^2 - x^2$ c) $a^2 + 6a + 9 - b^2$

76. Rastavi polinome na činioce:

a) $9a^2 - 49b^2$ b) $4ab + 8a - 12ac$ c) $a^2 + 4a + 4 - b^2$

77. Rastaviti date polinome na činioce:

a) $x^4 + 2x^3 - x - 2$ b) $2x - 2y - x^2 + 2xz - y^2$

78. Rastaviti date polinome na činioce:

a) $2x^2 - 10x - 12$ b) $x^5 - x^3 + 8x^2 - 8$

79. Rastaviti date polinome na činioce:

a) $x^4 + 4y^4$ b) $x^5 + x^2 + x + 1$

80. Rastavi na činioce

a) $x^4 + 4$; b) $x^2 - y^2 - x + y$

81. Rastaviti date polinome na činioce:

a) $x^2 + 7x + 10$ b) $x^2 - 11x + 24$

82. Rastaviti date polinome na činioce:

a) $4 - x^2 + 2xy - y^2$ b) $2x - 2y - x^2 + 2xy - y^2$

83. Rastaviti polinome na činioce:

a) $27x^3y^6 - 1$ b) $4(2x-1)^2 - 9(y+1)^2$

84. Rastaviti polinome na činioce

a) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ b) $x^2 - 2x - 8$ ~~$x^2 - 2x - 8$~~ c) $8 - (x+1)^3$.

85. Rastaviti polinome na činioce

a) $4(a-b)^2 - (2a+1)^2$ b) $x^5 - x^3 + 27x^2 - 27$

86. Rastaviti polinome na činioce

a) $a^2b^2 + c^2 - 2abc$

b) $x^3y^3 - x^3 - y^3 + 1$

c) $x^2 - 10x + 9$.

6. Operacije sa algebarskim izrazima (razlomcima)



87. Srediti izraz $(5x+2)^2 - 4x(x-2)$.

88. Uprosti algebarski izraz $\left(1 - \frac{8}{x+4}\right) \cdot \left(2 - \frac{x-12}{x-4}\right)$ i odredi uslov definisanosti

89. Uprosti algebarski izraz $\left(2 + \frac{x-6y}{x+2y}\right) \cdot \left(1 - \frac{x-6y}{3x-2y}\right)$ i odredi uslov definisanosti

90. Uprosti algebarske izraz i odredi uslov definisanosti $\frac{5a-10b}{3a+6b} : \frac{a^2-4ab+4b^2}{a^2-4b^2}$

91. Uprosti algebarski izraz $\left(3a - \frac{4x^2}{3a}\right) : \left(1 - \frac{2x}{3a}\right)$; $a \neq 0$; $a \neq \frac{2}{3}x$

92. Uprosti algebarske izraz i odredi uslov definisanosti $1 + 3x + \frac{9x^2}{1+3x} - \frac{1}{1-3x} - \frac{6x}{9x^2-1}$

93. Uprosti algebarske izraz i odredi uslov definisanosti $\left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right) : \left(\frac{x}{x-1} + 1\right)$.

94. Uprosti izraz $\left(\frac{3}{a-1} - \frac{3a^2+3a+3}{a^2-1} : \frac{a^4-a}{a^3+1}\right) \cdot \frac{a-a^2}{3}$; $a \notin \{0, 1, -1\}$

95. Uprosti algebarske izraz i odredi uslov definisanosti $\frac{a^2-a-6}{a^2-4} - \frac{a-13}{2-a} - 2$.

96. Uprostiti izraz: $\left(\frac{x-y}{xy} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\right) : \left(\frac{x^2+y^2}{xy} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)\right)$.

97. Uprostiti izraz: $\frac{ab+a}{b^2-b+1} : \left(\frac{1}{b+1} + \frac{3b}{b^3+1}\right) \frac{ab+a}{b^2-b+1} : \left(\frac{1}{b+1} + \frac{3b}{b^3+1}\right)$.

98. Sredi izraz $\left(\frac{3-x}{x+2} - 1\right) \cdot \left(\frac{x^2+1}{2x-1} - \frac{x}{2}\right)$

99. Uprostiti izraz $\left(\frac{x}{y^2+xy} - \frac{2}{x+y} + \frac{y}{x^2+xy}\right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}\right)$

100. Odredi realne parametre a , b i c tako da su identički jednaki polinomi $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 13x - 6$ i $Q(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$

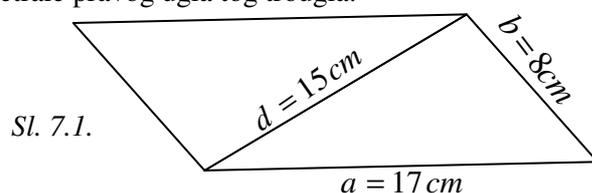
101. Odredi parametre a i b tako da je za sve vrednost promenljive $x \neq -2$ i $x \neq 3$ jednakost $\frac{4-x}{x^2-x-6} = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-3}$ bude tačna.

7. Geometrija

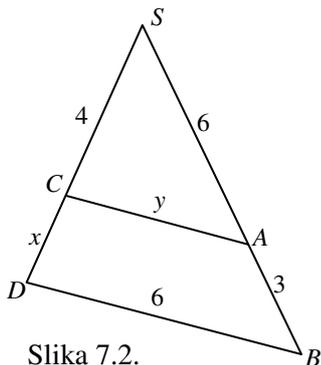


Odnos stranica i uglova trougla značajne tačke trougla, zbir uglova u trouglu, mnogougao, Talesova teorema (komentar: zadatak iz te oblasti da bude prepisan iz zbirke)

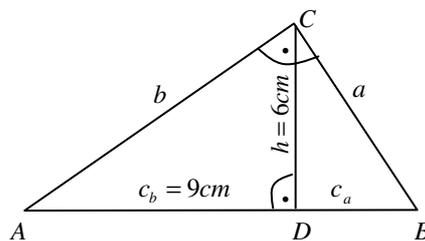
102. Razlika dva oštra ugla iznosi 60° . Odrediti razliku njihovih komplementarnih uglova.
103. Neka je O centar upisane kružnice u trouglu $\triangle ABC$ i neka je $\alpha:\beta=1:5$, a $\angle AOB=123^\circ$.
Odredi unutrašnje uglove α , β i γ
104. Neka je H ortocentar trougla $\triangle ABC$ i neka je $\varphi = \angle AHB$; $\gamma = \angle ACB$. Ako je $\varphi:\gamma=7:2$ odredi uglove φ i γ
105. Odredi dva komplementna ugla ako se odnose kao 3:2.
106. Simetrale dvaju unutrašnjih uglova trougla seku se pod uglom koji je jednak trećem unutrašnjem uglu tog trougla. Odredi taj treći ugao.
107. U trouglu $\triangle ABC$ sa uglom $\alpha = 45^\circ$ uglovi β i γ odnose se kao 2:3. Odredi unutrašnje uglove tog trougla
108. Ako je u jednakokrakom trouglu osnovica a jednaka visini koja odgovara toj osnovici tada je poluprečnik opisanog kruga oko tog trougla $R = \frac{5}{8}a$. Dokazati.
109. Tetiva kruga je za 2cm manja od prečnika, a odstojanje od centra kruga je za 2cm manje od poluprečnika. Odredi dužinu tetive.
110. Dva ugla trougla iznose $\alpha = 60^\circ$ i $\beta = 72^\circ$. Odrediti ugao koji obrazuju visine koje polaze iz temena datih uglova.
111. U trouglu $\triangle ABC$ simetrala CD ugla γ seče stranicu AB pod uglom $\varphi = 110^\circ$. Izračunati uglove trougla ako se zna da je $CD=BC$.
112. Simetrala ugla između dijagonale i stranice romba obrazuje sa drugom stranicom ugao od 72° . Izračunati uglove romba.
113. Spoljašnji ugao jednakokrakog trougla je 72° . Izračunati ugao između visine i simetrale unutrašnjeg ugla, ako one sadrže isto teme osnovice.
114. Oštar ugao α i šestina njemu uporednog ugla su komplementni uglovi. Izračunati ugao α
115. U pravouglom trouglu ugao koji zaklapaju hipotenuzina visina i hipotenuzina težišna duž je 28° . Odredi ugao između hipotenuzine težišne duži i simetrale pravog ugla tog trougla.
116. Izračunaj površinu paralelograma sa slike 7.1.



117. Ako je na slici 7.2. $AC \parallel BD$ i $AS=6\text{cm}$, $AB=3\text{ cm}$, $SC=4\text{ cm}$, $BD=6\text{cm}$ odredi dužine duži $CD=x$ i $AC=y$ sa slike



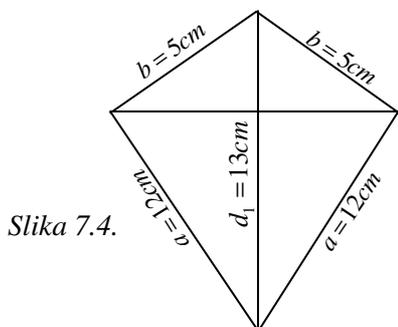
Slika 7.2.



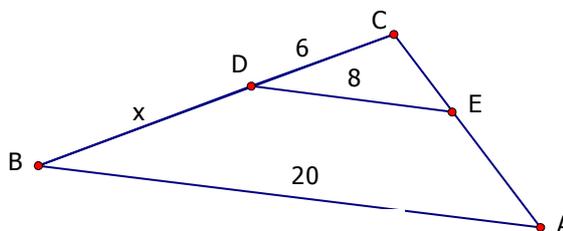
Slika 7.3.

118. Izračunati površinu pravouglonog trougla $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$) ako visina CD ima dužinu $CD = 6\text{cm}$ i na hipotenuzi AB gradi odsečak $AD = 9\text{cm}$ (slika 7.3.)

119. Izračunaj površinu deltoida sa slike 7.4.



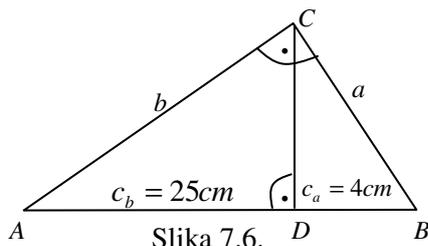
Slika 7.4.



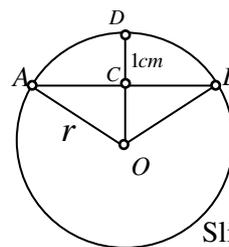
Slika 7.5.

120. Ako je na slici 7.5. je $AB \parallel ED$ i $DC = 6\text{cm}$, $AB = 20\text{cm}$. Odredi dužinu duži $BD = x$.

121. Izračunati površinu pravouglonog trougla $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$) ako visina CD na hipotenuzi AB gradi odsečke $AD = 25\text{cm}$ i $DB = 4\text{cm}$ (slika 7.6.)



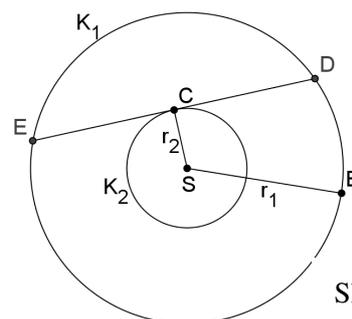
Slika 7.6.



Slika 7.7.

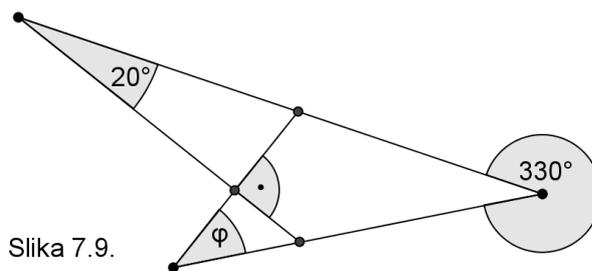
122. Visina manjeg kružnog odsečka nad tetivom AB je $CD = 1\text{cm}$. Izračunaj poluprečnik kruga r ako je dužina tetive $AB = 8\text{cm}$ (slika 7.7.)

123. Na slici 7.8. data su dva koncentrična kruga K_1 i K_2 sa zajedničkim centrom S . Tetiva ED većeg kruga K_1 je za 2cm manja od prečnika tog kruga i dodiruje manji krug K_2 . Izračunaj površinu kružnog prstena ako je poluprečnik manjeg kruga $r_2 = 5\text{cm}$.



Slika 7.8.

124. Prema podacima sa slike 7.9. odredi meru ugla φ u stepenima.



Slika 7.9.

8. Linearna jednačina



sa nepoznatom u imeniocu uz uslov definisanosti

125. Reši jednačinu $\frac{x+2}{x-1} - \frac{2x-1}{2x+2} = \frac{4x+1}{x^2-1}$.
126. Reši jednačinu $\frac{x-1}{x+3} - \frac{x-3}{x-1} = \frac{1-5x}{x^2+2x-3}$.
127. Reši jednačinu $\frac{x+5}{3x-6} = \frac{1}{2} + \frac{2x-3}{2x-4}$.
128. Reši jednačinu $\frac{10}{3} - \frac{7x+2}{6x+18} = 2 + \frac{3x-1}{4x+12}$.
129. Reši jednačinu $\frac{10x-18}{12x^2-27} - \frac{1}{2x+3} + \frac{4}{18x-27} - \frac{5}{9(2x-3)} = 0$.
130. Pokazati da je rešenje jednačine po x $\frac{ax+b}{x^2-ax} + \frac{ax-b}{x^2+ax} = \frac{2ax+4}{x^2-a^2}$ pozitivno ako su dati realni brojevi a i b istog znaka i ako je $x \neq 0$ i $x \neq \pm a$.
131. Reši jednačinu $\frac{2x-1}{x-3} - \frac{x^2-3x-4}{x^2+x-12} - \frac{x+16}{x+4} = 0$
132. Rešiti jednačinu $\frac{2}{6x+1} - \frac{3}{1-6x} = \frac{8+9x}{36x^2-1}$.
133. Rešiti jednačinu $\frac{12}{1-9x^2} = \frac{1-3x}{1+3x} - \frac{1+3x}{3x-1}$
134. Rešiti jednačinu $\frac{1}{4x-6} + \frac{1}{8x+12} - \frac{3(x+1)}{4x^2-9} = 0$
135. Rešiti jednačinu $\frac{1}{9-12x+4x^2} - \frac{3}{9-4x^2} = \frac{4}{9+12x+4x^2}$.
136. Rešiti jednačinu: $\frac{1}{18x^2-30x} - \frac{1}{12x^2-20x} + \frac{3(x+1)}{18x^2-50} = \frac{1}{6x}$

137. Rešiti jednačinu $\frac{4x}{x-6} - \frac{2x}{x+6} - \frac{6x^2-5}{x^2-36} = 0$.

138. Reši jednačinu: $\frac{3}{4x-20} + \frac{15}{50-2x^2} + \frac{7}{6x+30} = 0$.

139. Reši jednačinu: $\frac{x}{x-2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{x^2}{4-x^2}$.

140. Reši jednačinu: $\frac{5x+4}{x+4} + \frac{13-3x}{x-4} = \frac{2x^2+3x-9}{x^2-16}$.

141. Koliko iznosi zbir rešenja jednačine $|3x+2|+2x=12$.

142. Reši jednačinu $|x-3|-|x+4|=7$.

143. Reši jednačinu $|6-3x|+|2x+6|=11$.

144. Reši jednačinu $\frac{\left(\frac{13}{3x}+2\right) \cdot \frac{1}{3} - 2}{2} = \frac{1}{18}$

9. Primena linearnih jednačina



145. U odeljenju je $\frac{3}{7}$ devojčica. Kada bi u odeljenje došle još 4 devojčice onda bi ih bilo isto koliko i dečaka. Koliko je učenika u tom odeljenju?

146. Vertikalni stub visine $18m$ se pod udarom vetra prelomi tako da mu samo vrh padne na tlo i to na odstojanju $12m$ od podnožja stuba. Na kojoj se visini prelomio stub, ako je tlo u okolini stuba horizontalno i ravno?

147. Razlika cifara jednog dvocifrenog broja je 4. Kada ciframa promenimo mesta, prvobitni broj biće $\frac{7}{4}$ puta veći od novodobijenog. Odredi prvobitni broj.

148. Jedan radnik može da završi neki posao za 9 dana, a drugi za 12 dana. Ako se njima pridruži treći radnik, oni će taj posao završiti za 4 dana. Za koje vreme bi treći radnik sam završio taj posao?

149. Jedan pešak ide iz mesta A u mesto B brzinom $5 \frac{km}{h}$. Tri časa kasnije pođe iz istog mesta u istom smeru biciklista koji prelazi $15 \frac{km}{h}$. Posle koliko vremena će biciklista stići pešaka?

150. Otac je pre deset godina bio 4 puta stariji od svog sina, a kroz 10 godina će biti dva puta stariji od sina. Koliko godi na ima otac, a koliko sin?

151. Učenik je prvog dana pročitao $\frac{1}{4}$ knjige; drugog dana $\frac{2}{3}$ od ostatka knjige, a trećeg dana je pročitao poslednjih 40 stranica. Koliko stranica ima ta knjiga?

152. Jedan bazen može da se napunivodom jednom cevi za 45 minuta, a drugom cevi za 36 minuta. Za koje vreme će se napuniti bazen, ako ga istovremeno pune obe cevi?

153. Na prijemnom ispitu trebalo je rešiti 20 zadataka. Za svaki rešeni zadatak učenik dobija 4 poena, a za svaki nerešeni zadatak gubi 3 poena. Ako je učenik na kraju imao 38 poena, koliko je zadataka rešio?
154. Odredi takav prirodan broj da razlika proizvoda dva sledeća broja i proizvoda dva prethodna broje bude 600.
155. Koji broj treba dodati brojiocu i imeniocu razlomka $\frac{5}{3}$ da bi se dobio $\frac{11}{7}$?
156. Turista je prešao 105km. Da je dnevno prelazio po 6km manje na putu bi proveo dva dana više. Koliko kilometar dnevno je prelazio turista?

10. Logički zadaci



(komentar: obavezan zadatak iz ove teme ali da nije istovetan sa nekim iz zbirke)

157. Dača sad ima četiri putaviše godina nego što je imala Maca kad je bila dva puta mlađa od Dače. Koliko godina ima Dača, a koliko Maca, ako će kroz 15 godina imati zajedno 100 godina.
158. Pas je udaljen od lisice 30m. Jedan skok psa iznosi 2m, a skok lisice je dug 1m. Za vreme za koje pas načini 2 skoka, lisica načini 3 skoka. Koliko će rastojanje preći pas dok ne uhvati lisicu?
159. Otac je ostavio 8600 talira da se razdeli među njegova 4 sina. Prema očevoj želji, prvi treba da dobije dva puta više nego drugi manje 100 talira; drugi 3 puta više od trećeg manje 200 talira, a treći 4 puta više nego četvrti manje 300 talira. Koliko će talira dobiti svaki sin? (Algebra-Ojler, 1707-1782.g).
160. Rep ribe je težak 4 kg, glava – onoliko koliko rep i pola trupa, a trup – koliko glava i rep zajedno. Koliko kg je teška cela riba?
161. Za realne brojeve a, b, c, d i e važi da je $a < b < c < d < e$ i da je razlika između susednih brojeva jednaka. Kolika je vrednost broja a ako je $a = 5,5$ i $e = 10$?
162. Dva planinara od kojih jedan prelazi 7km/h, a drugi 5km/h, krenu istovremeno jedan drugom u susret iz dva mesta udaljena 63km. Posle koliko vremena će se sresti?
163. U jednom mesecu u jednoj godini, tri utorka su pala na parni datum. Koji je 21. dan tog meseca? (Obavezno je obrazloženje)
164. Dokaži da je $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$ deljivo brojem 155 za svaki prirodan broj n .
165. Dokaži da je $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ deljivo brojem 14 za svaki prirodan broj n .
166. Rasipač mineralnog đubriva zahvata 20m na dužini od 120m bacio je 100kg mineralnog đubriva. Ako je zadata norma $Q=400\text{kg/ha}$ sa dozvoljenim odstupanjem $\pm 5\%$ proveriti da li je rasipač pravilno podešen ili ne?
167. Koliko prirodnih brojeva manjih od 1000 ima zbir cifara 17?
168. Pravougaoni mozaik površine 864cm^2 napravljen je od pločica kvadratnog oblika. Sve pločice su istih dimenzija. Mozaik je širok 36cm i visok 8 redova. Kolika je dimenzija jedne pločice.
169. Koliko ima prirodnih brojeva da im je zbir cifara 2012, a da im je proizvod 3?



DRUGI RAZRED

1. Sistem linernih jednačina



(sistemi dve jednačine sa dve nepoznate i primena sistema jednačina)

1. Reši sistem jednačina $\frac{2}{1-x} + \frac{3}{2+y} = 8 \wedge \frac{3}{1-x} + \frac{4}{2+y} = -5$.
2. Reši sistem jednačina $\frac{5}{x+2y} + \frac{4}{2x+y} = 2 \wedge \frac{4}{x+2y} + \frac{5}{2x+y} = \frac{41}{20}$.
3. Reši sistem jednačina $\frac{14}{x+2y} + \frac{5}{2x+y} = 3 \wedge \frac{2}{x+2y} + \frac{3}{2x+y} = \frac{31}{35}$.
4. Resiti sistem jednačina $\frac{4}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1.6 \wedge \frac{8}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 1.1$
5. Rešiti sistem jednačina: $\frac{6}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 1,1 \wedge \frac{9}{x+y} - \frac{4}{x-y} = -0,1$
6. Reši sistem jednačina $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = a \wedge \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = b$.
7. Reši sistem jednačina $\frac{6}{x+y-1} - \frac{4}{2x+y-7} = 5 \wedge \frac{12}{x+y-1} + \frac{8}{2x+y-7} = 2$
8. Reši sistem jednačina $\frac{2}{x+2y} + \frac{3}{2x+y} = \frac{31}{35} \wedge \frac{14}{x+2y} + \frac{5}{2x+y} = 3$
9. Reši sistem jednačina: $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{4}{3} \wedge \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = -\frac{2}{3}$.
10. Uvođenjem smene reši sistem jednačina $\frac{2}{x+2} - \frac{3}{y-3} = 13 \wedge \frac{5}{x+2} - \frac{4}{3-y} = -2$
11. Rešiti sistem $\frac{6}{x+2} - \frac{5}{y-1} = -1 \wedge \frac{5}{x+2} - \frac{5}{y-1} = -\frac{1}{2}$.
12. Jedan bazen se puni iz dve slavine. Ako je prva slavinna otvorena 4 sati, a druga 5 sati napuniće se $\frac{1}{3}$ bazena. Ako je prva slavinna otvorena 3 sata, a druga 2 sata napuniće se $\frac{1}{5}$ bazena. Za koliko sati može da napuni bazen svaka slavinna ponaosob?

13. Dva radnika Milan i Zoran treba da završe neki posao. Ako rade zajedno završe posao za 12 dana. Ako radi prvo Milan 9 dana, a zatim nastavi Zoran narednih 6 dana završe $\frac{2}{3}$ posla. Koliko dana je potrebno svakom od njih da završe isti posao ako rade sami i ako se zna da radni učinak ne zavisi od toga da li rade pojedinačno ili u paru?
14. Otac želi da podeli jabuke deci. Ako im da po 3 jabuke preostanu mu dve jabuke, a ako im daje po 4 jabuke jedno dete ostane bez jabuka. Koliko je dece, a koliko jabuka imao otac?
15. Na kvizu takmičar odgovara na 24 pitanja. Ako tačno odgovori na postavljeno pitanje osvaja 4 poena, a u suprotnom gubi 1,4 poena. Na koliko pitanja takmičar nije znao odgovor ako je na kraju osvojio 69 poena
16. Na prijemnom ispitu trebalo je rešiti 20 zadataka. Za svaki rešeni zadatak učenik dobija 3 poena, a za svaki nerešeni zadatak gubi 1,5 poena. Ako je učenik na kraju imao 42 poena, koliko je zadataka rešio?
17. Jedna stranica pravougaonika je za 2cm kraća od dijagonale, a druga stranica je 8cm . Odredi nepoznatu stranicu i dijagonalu pravougaonika.
18. Jedna kateta trougla je za 1cm manja od hipotenuze, a druga kateta je 5cm . Odredi nepoznatu katetu i hipotenuzu trougla.
19. Trapez visine $h = 8\text{cm}$ ima površinu $P = 120\text{cm}^2$, a jedna osnovica je za 6cm manja od druge osnovice. Odredi osnovice tog trapeza.
20. Srednja duž trapeza je $m = 12\text{cm}$, a jedna osnovica je za 4cm veća od druge osnovice. Odredi osnovice tog trapeza.
21. Zbir dva broja je 189. Ako se veći podeli manjim dobiće se količnik 3 i ostatak 1. Odredi te brojeve.
22. Razlika dva broja je 106. Ako se veći podeli manjim količnik je 3 a ostatak 4. Odredi te brojeve.

2. Pravila stepenovanja



(sređivanje izraza ili izračunavanje vrednosti izraza)

23. Izračunati $\frac{1+x^{-1}}{1-x^{-1}} \cdot \left(1 - \frac{2x-1}{x}\right)$, za $x = \frac{2}{a-1}$.
24. Uprostiti izraz: $\left(\frac{3^x + 3^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3^x - 3^{-x}}{2}\right)^2$
25. Odredi vrednost izraza $A = \frac{0,04^{\frac{1}{2}} - 125^{\frac{2}{3}} \cdot 25^{-1}}{\left(256^{\frac{5}{12}}\right)^{\frac{3}{5}}}$
26. Uprostiti izraz: $\frac{1-x^{-4}}{x-x^{-1}} - \frac{2}{x^3} + \frac{x^{-4}-x^2}{x-x^{-1}}$, $x \neq 0$, $x \neq \pm 1$.
27. Dokazati da je $\left(\frac{b^{-1}+a^{-1}}{ab^{-1}+ba^{-1}}\right)^{-1} + \left(\frac{a^{-1}+b^{-1}}{2}\right)^{-1} - \frac{b^{-1}-a^{-1}}{a^{-1} \cdot b^{-1}} = 2b$, ($a \neq 0, b \neq 0$)

28. Uprostiti izraz $\left[\left(\frac{5x^6}{2y^{-2}} \right)^{-2} \left(\frac{y^{-1}}{5x^{-1}} \right)^{-3} \right] \cdot 10x^5 y^{-3}$
29. Izračunati vrednost izraza $2^{-2} - (-1)^{-8} + (-5)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + 9^{\frac{1}{2}}$.
30. Odrediti vrednost izraza: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + 0,2^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64 \frac{1}{9}\right)^{-3}$
31. Uprostiti izraz: $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)^{-1} : \frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^2 - b^2}$
32. Uprostiti izraz $\frac{((-12)^{-8})^{-2} \cdot 75^{-4} \cdot (-4)^{-9}}{(25^{-2})^4 \cdot 18^6 \cdot 10^4}$.
33. Uprostiti izraz $1 + \left(\left(x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} \right)^2 - \left(1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2} \right) \cdot \sqrt[3]{y^{-2}} + y^{-\frac{2}{3}}$, ako su x, y pozitivni realni brojevi.
34. Uprostiti izraz $\frac{x + x^{\frac{1}{2}} + 1}{x^{\frac{1}{2}} + 1} : (x^{\frac{3}{2}} - 1)$ za $x > 0$ i $x \neq 1$.
35. Uprosti izraz $A = \frac{ab^{-2} (a^{-1}b^2)^4 (ab^{-1})^2}{a^{-2}b (a^2b^{-1})^3 a^{-1}b}$ i izračunaj njegovu vrednost za $a = 10^{-3}$, $b = 10^{-2}$.
36. Izračunati $\left[\left(\frac{1}{x^2} - 1 \right)^{-1} : \left(\frac{1-x}{x} \right)^{-2} \right]^{-2}$
37. Izračunati $\left(\frac{a^{-x}}{a^x - 1} - \frac{2}{a^{2x} - 1} + \frac{a^{-x}}{a^x + 1} \right)^{-1}$
38. Izračunati $\left(\frac{5^x + 5^{-x}}{2} \right)^2 + \left(\frac{5^x - 5^{-x}}{2} \right)^2$.
39. Predstavi dati izraz $A = \frac{4^m \cdot 0,25^{3-m} \cdot 0,125^{-2}}{2^{3m-5}}$, $m \in \mathbb{Z}$.
40. Uprosti izraz $\frac{a^{-4} - 9b^{-2}}{a^{-2} - 3b^{-1}} \cdot \frac{(b + 3a^2)^{-1}}{a^{-2}b^{-1}}$.
41. Izračunaj a) $3^{-3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; b) $\frac{2^{-23}}{4^{-7} \cdot 8^{-4}}$

42. Izračunaj $\left(\frac{3a^2}{4b^{-3}}\right)^{-3} : \left(\frac{9a^{-2}b}{4}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{12a^{-11}b^{-7}}$

43. Izračunaj $\left(\frac{a+a^{-1}b}{a-a^{-1}b}\right) : (b^2(a-b)^{-1} + b^2(a+b)^{-1})$

3. Korenovanje i racionalisanje imenioca



44. Izračunati $\left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}\right) : \frac{1}{\sqrt{3}}$.

45. Izračunati $\left(\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{7}{2\sqrt{5}+3\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{2\sqrt{3}}$;

46. Izračunati $\left(\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} - \frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}\right) : \frac{2\sqrt{2}}{7}$

47. Racionališi imenilac izraza $\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

48. Racionališi imenilac izraza $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

49. a) Racionališi imenilac $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+2\sqrt{5}}$ b) Svedi na jedan koren $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

50. Uprostiti izraz $\sqrt[3]{\frac{xy^2}{z}} \sqrt{\frac{zx}{y}} \sqrt[4]{\frac{zy^3}{x}}$.

51. Dokazati jednakost: $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = 2$.

52. Uprostiti izraz: $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}-1}{x+\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{2\sqrt{xy}} \left(\frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}}\right)$ za $x > 0, y > 0$.

53. Izračunati $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}}\right)(\sqrt{3}+5)^{-1}$.

54. Izračunati $\frac{3}{\sqrt{5}-2} - \frac{5}{\sqrt{20}-5} - \frac{5}{\sqrt{5}}$

55. Izračunaj $X = \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} - \frac{5^{\frac{1}{4}}}{80^{\frac{1}{4}}}$.

56. Uprosti izraz $A = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^5} - \sqrt{y\sqrt[3]{y}} + \sqrt[12]{y^8}, x > 0, y > 0$

57. Uprosti izraz $A = \frac{\sqrt[5]{a^7}}{\sqrt[5]{a^2}} + \sqrt[3]{p\sqrt{p}} + \sqrt[10]{p^5}$, $a > 0, p > 0$

58. Izračunaj $\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{a}}{1-a}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - 1\right)$; $a \neq \pm 1$.

4. Kompleksni brojevi



(operacije, jednakost kompleksnih brojeva, broj i , realni i imaginarni deo)

59. Izračunati $\left(\frac{2i-3}{2+3i}\right)^{2005}$.

60. Izračunaj $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2008}$.

61. Izračunati $\left(\frac{3-4i}{4+3i}\right)^{105}$.

62. Izračunati $(1-i)^{50}$.

63. Odredi kompleksan broj $z=a+bi$ ako je $z \cdot (2-3i) = 13 \cdot (2+3i)$

64. Odrediti realne brojeve x i y iz jednačine $5x - 3yi + 2i = 6 - ix - y$.

65. Resiti po z jednačinu $(y = x + yi) (z + i) \cdot (1 + 2i) + (1 + zi)(3 - 4i) = 1 + 7i$

66. Izračunati: $\left(\frac{3}{1+i} + \frac{1+i}{2i}\right)^{16}$.

67. Izračunaj: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2007}$.

68. Odrediti x i y iz jednačine $\frac{(x-4) + (y-1)i}{1+i} = 2 - 5i$.

69. Pokazati da je $(1+i)^4 - (1-i)^4$ realan broj.

70. Odrediti realni i imaginarni deo kompleksnog broja $z = \frac{3+i^{135}}{2-i^{257}}$.

71. Odrediti realni i imaginarni deo kompleksnog broja $z = \frac{3-2i}{2+i} + \frac{2-i}{3+i}$.

72. Odrediti realan i imaginarni deo broja z : $z = (2-3i)(3+4i) + \frac{1-i}{1+i} + (2+i)^2 + (1+i)^4$.

73. Rešiti jednačinu $(3-i) \cdot z = 2 - 5i$.

74. Reši jednačinu po z : $z + 2\bar{z} = 6 - i$.

75. Reši jednačinu po z : $|z| - z = 1 + 2i$.
76. Dokazati da je $(i\sqrt{3} - 1)^9 - (i\sqrt{3} + 1)^9 = 1024$.
77. Ako je $z = -\frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$ naći z^{24} .
78. Izračunati $\sqrt[4]{-4}$.
79. Izračunati $\sqrt[3]{-2 + 2i}$.
80. Reši jednačinu $z^2 - (3 - i)z + 2 + 3i = 0$.

5. Kvadratna funkcija



(ekstremum, nule, monotonost, grafik, znak)

81. Dat je skup funkcija $y = ax^2 - 2x - 5$. Odredi koeficijent a tako da odgovarajuće funkcija dostiže maksimalnu vrednost $y_{\max} = -2$, a zatim nacrtati grafik te funkcije.
82. Odrediti realan broj k takav da f-ja $y = -x^2 + kx + k - 3$ dostiže maksimum za $x=1$, a zatim odredi tu maksimalnu vrednost y_{\max} .
83. Odrediti realan broj k takav da f-ja $y = x^2 + kx + k + 3$ dostiže minimum za $x=-3$, a zatim odredi tu minimalnu vrednost y_{\min} .
84. Dat je skup parabola $y = ax^2 - (2a + 1)x + 2(a + 1)$. Odrediti onu parabolu ovog skupa koja dostiže ekstremnu vrednost za $x = 2$. Konstruisati grafik dobijene parabole.
85. U funkciji $y = -x^2 + (m + 2)x - 3m + 1$ odrediti realan parametar m tako da funkcija ima maksimum za $x = 3$, a zatim ispitati njen tok i nacrtati grafik.
86. U funkciji $y = -x^2 - (2 - m)x + 1$ odrediti vrednost realnog parametra m tako da funkcija ima maksimum $y_{\max} = \frac{5}{4}$.
87. Kod funkcije $f(x) = 2x^2 + bx + c$ odrediti realne parametre b, c tako sa teme njenog grafika nalazi u tački $T(2-2)$.
88. Kod funkcije $y = ax^2 + 6x - 4$ odrediti a tako da funkcija ima maksimum $y_{\max} = 3$. Za nađene vrednosti skicirati grafik i ispitati tok funkcije.
89. Odredi realan parametar m takav da f-ja $y = (m - 2)x^2 - (m + 1)x + m + 1$ bude pozitivna za svako $x \in R$.
90. Komad žice dužine 56cm treba podeliti na dva dela; od jednog dela napraviti kvadrat, a od drugog pravougaonik čija je osnovica 3 puta duža od visine. Gde treba preseći žicu da bi zbir površina tako nastalih figura bio minimalan?
91. Iz skupa funkcija $y = x^2 + px + q$ odrediti onu funkciju koja ima nule $x_1 = -2$ i $x_2 = 3$, a zatim ispitati tok i nacrtati grafik te funkcije.
92. U skupu f-ja $y = (m - 1)x^2 - (m - 4)x - m - 1$, $m \neq 1$ odredi realan parametar m tako da f-ja dostiže najmanju vrednost za $x = 1$, a zatim odredi tu najmanju vrednost f-je.

93. Ispitaj i nacrtaj grafik funkcije $y = x^2 - 4x - 5$. (ispitivanje funkcije podrazumeva: odrediti nule, presek sa y-osom, ekstremum, monotonost i znak).

6. Kvadratne j-ne i primene



(kvadratne j-ne, j-ne koje se svode na kvadratnu, sistem j-na od kojih je bar jedna kvadratna, primenae kvadratnih j-na i sistema j-na)

94. Reši jednačinu: $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{x^2+x-2}$
95. Reši jednačinu: $\frac{2x-1}{x+3} - \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{x+3}{3-x} - \frac{4+x}{3+x}$.
96. Reši bikvadratnu j-nu $(x-3)^4 - 13(x-3)^2 + 36 = 0$.
97. Reši simetričnu (recipročnu) jednačinu $15x^4 - 128x^3 + 290x^2 - 128x + 15 = 0$.
98. Reši j-nu $x^4 + 4x^4 - x^3 - 4x^2 - 6x - 6 = 0$
99. Naći tri uzastopna cela broja čiji je zbir kvadrata jednak 110.
100. Zbir kvadrata tri uzastopna parna cela broja je 200. Odredi te brojeve.
101. Naći dvocifreni broj čija je cifra jedinice za 1 veća od cifre desetice, a proizvod traženog broja i zbira njegovih cifara jednak je 616.
102. Visina jednakokrakog trougla je $\frac{2}{3}$ osnovice. Odredi stranice i visinu trougla ako je njegova površina $P = 48\text{cm}^2$.
103. Stranica jednog kvadrata je za $2m$ duža od stranice drugog kvadrata. Odrediti stranice tih kvadrata ako se njihove površine odnoe kao 9:4.
104. Duž AB je podeljena u zlatnom odnosu ako je odnos krćeg prema dužem odsečku jednaka odnosu dužeg odseka prema celoj duži. Ako je duž $AB = 1m$ podeljena u zlatnom odnosu odredi dužinu većeg odsečka.
105. Odrediti stranice pravouglog trougla ako je poluprečnik opisanog kruga oko tog trougla $R = 5\text{cm}$, a poluprečnik upisanog kruga u tom trouglu $r = 2\text{cm}$.
106. Reši sistem jednačina $x^2 + 2y^2 = 36 \wedge x - 2y + 6 = 0$
107. Rešiti sistem $x^2 + 2y^2 = 36 \wedge x - 2y + 6 = 0$.
108. Reši j-nu: $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = \sqrt{x+24}$.
109. Reši j-nu: $\sqrt{3x^2+5x+8} - \sqrt{3x^2+5x+1} = 1$.
110. Rešiti jednačinu: $\sqrt{2x^2+3x-8} = x+2$.

7. Vietove formule i priroda rešenja kvadratne jednačine



111. Odredi vrednost realnog parametra k tako da rešenja kvadratne jednačine $x^2 + 3kx + k^2 = 0$ zadovoljavaju jednakost: $x_1^2 + x_2^2 = 112$.

112. U jednačini $x^2 - (m+1)x + m = 0$, odrediti realan broj m tako da njena rešenja x_1 i x_2 zadovoljavaju jednakost $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
113. Za koje vrednosti parametra realnog a nejednačina $\frac{ax}{x^2+4} < \frac{3}{2}$ važi za sve vrednosti realne promenljive x .
114. Dokaži a j-na $(m^2+5)x^2 + 2(m+3)x + 3 = 0$ nema realnih rešenja ni za jednu vrednost realnog parametra m .
115. Za koje vrednosti realnog parametra k kvadratna jednačina $(k-1)x^2 - 2(k+1)x + k - 2 = 0$ ima realna i dvostruka rešenja?
116. Izračunaj $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ ako su x_1 i x_2 rešenja jednačine $-\frac{2}{3} + \frac{3}{2}x + \frac{25}{6}x^2 = 0$.
117. U jednačini: $x^2 + 2(a-5)x + a^2 + 6 = 0$ odredi parametar a tako da važi uslov $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
118. U jednačini: $(a-2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ odredi parametar a tako da važi uslov $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{10}{3}$
119. U jednačini $x^2 - 8x + p = 0$ odrediti realan broj p tako da jedan koren bude tri puta veći od drugog.
120. Data je jednačina $(m-4)x^2 + (m+2)x - m - 2 = 0, m \neq 4$. Za koje vrednosti realnog parametra m su rešenja te kvadratne jednačine brojevi različitog znaka?
121. U jednačini $x^2 - 6x + q = 0$ odrediti realan broj q tako da jedno rešenje bude jednako polivini drugog rešenja.
122. Ne rešavajući jednačinu $(m-4)x^2 + (m+2)x - m - 2 = 0, m \neq 4$ odredi m tako da njena rešenja zadovoljavaju uslov: $x_1 - 2x_2 = 1$.

8. Kvadratna nejednačina



(oblika $\frac{A}{B} \leq, \geq 0$ ili $A \cdot B \leq, \geq 0$ gde su A i B kvadratni ili linearni polinomi)

123. Reši nejednačinu $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} \leq 0$.
124. Reši nejednačinu: $\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 1} \leq -1$.
125. Reši nejednačinu: $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 3} \geq 1$
126. Rešiti nejednačinu $\frac{4x^2 + 5x - 6}{x^2 - 3x} \leq 0$.
127. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 3} \geq -3$.

128. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x - 3} \geq 1$.

129. Rešiti nejednačinu $\frac{-2x^2 + 3x - 1}{x^2 + x + 1} < 0$

130. Rešiti nejednačinu $\frac{-2x^2 + x + 1}{x^2 - 9} \leq 0$.

131. Rešiti nejednačinu: $\frac{x^2 - 4}{2x - x^2} \geq 0$.

132. Rešiti nejednačinu: $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} < 0$

133. Rešiti nejednačinu: $\frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 + 1} < 0$

134. Rešiti nejednačinu $\frac{3x - x^2}{x^2 - x - 20} \geq 0$.

9. Trigonometrija pravouglog trougla



(trigonometrijske identičnosti ili rešavanje pravouglog trougla)

135. Dokazati da za svaki oštar ugao φ važi jednakost $\frac{1}{1 - \sin \varphi} + \frac{1}{1 + \sin \varphi} = \frac{2}{\cos^2 \varphi}$.

136. A je $\alpha + \beta = 90^\circ$ i $\sin \beta = \frac{8}{17}$ izračunati vrednost izraza $A = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1 + \cos \alpha} : \frac{1 - \cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$

137. Ako je $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ izračunati vrednost izraza: $A = \frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}$.

138. Dokazati identitet: $\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

139. Dokazati identičnost: $\frac{\sin x}{\cos x + \sin x} - \frac{\cos x}{\cos x - \sin x} = \frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg}^2 x - 1}$.

140. Ako je $\alpha + \beta = 90^\circ$ i $2 \sin \alpha + 3 \cos \beta = 1$ izračunati $\sin \alpha$.

141. Odrediti $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$ ako je $2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = 3$.

142. Ako je $\frac{9 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = 2$ odrediti $\operatorname{tg} \alpha$ i ugao α .

143. Ako je α oštar ugao i ako važi relacija $\frac{3 \sin \alpha - \cos \beta}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = 1$, odrediti $\operatorname{tg} \alpha$.

144. Ako je $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 4$ koliku vrednost ima $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$?

145. Odrediti $\operatorname{tg} \alpha$ oštrog ugla α ako je $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$, a zatim izračunaj vrednost izraza

$$A = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \sin \alpha}} : \frac{\sqrt{1 + \sin \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

146. Dokazati da važi $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha} = 1$.

147. Izračunati površinu romba kod koga je stranica $a = 20 \text{ cm}$ i oštar ugao $\alpha = 45^\circ$.

148. Uprosti izraz $\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} + \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$ gde je x oštar ugao.

149. Dokazati $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{2}{\sin \alpha}$.

150. Dokazati $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} = 2 \operatorname{tg} \alpha$.

151. Dokazati identitet $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$

152. Dokazati identičnost $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$.

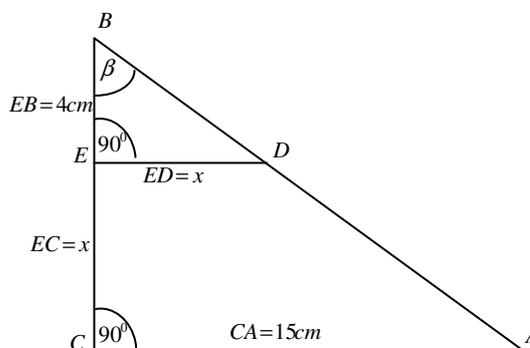
153. Uprosti izraz $\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} - \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$.

10. Logički zadaci



(logički zadaci i zadaci koji služe za sistematizaciju ili primenu nekih tema)

154. Odredi $\operatorname{tg} \beta$ gde je β oštar ugao pravouglog trougla ABC sa slike 10.1.



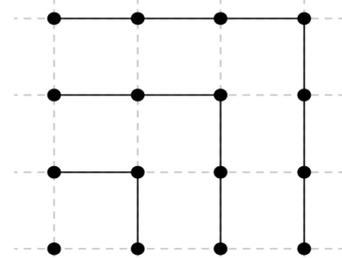
Slika 10.1.

155. Osnova prave četverostrane prizme je paralelogram stranica $a = 4 \text{ cm}$ i $b = 7 \text{ cm}$, koje obrazuju oštar ugao od 30° . Izračunati površinu prizme, ako je površina omotača jednaka 110 cm^2 .

156. Ako je $4^x = 9$ i $9^y = 256$ koliko je $x \cdot y$?
157. Ako je $13^m = 2012$ i $\sqrt[n]{2012} = 169$ koliko je $\frac{m}{n}$?
158. Ako za oštar ugao α važi $2 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 2,64$ izračunati $\operatorname{tg} \alpha$.
159. Odrediti oštar ugao α ako je $3 \sin \alpha = 2 \cos^2 \alpha$.
160. Reši simetričnu (recipročnu) jednačinu $15x^4 - 128x^3 + 290x^2 - 128x + 15 = 0$.
161. Date su funkcije $f(x) = 3x^2 - x + 17$ i $g(x) = 2x^2 + 3x + 12$. Odredi najmanje vertikalno rastojanje između njihovih grafika.
162. Izračunaj $\sqrt{x^2 - 2x\sqrt{5} + 5}$ za $x = 1$

163. Pomoću slike 10.2. možemo zaključiti da je $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \cdot 4 = 4^2$.

- a) Koliko je $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$?
- b) Koliko je $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$?
- c) Koliko iznosi zbir prvih 100 prirodnih brojeva.

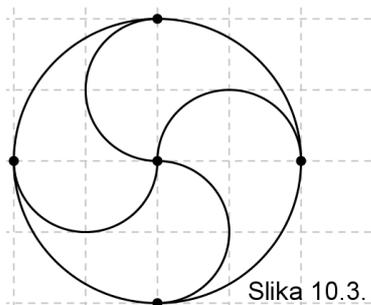


Slika 10.2.

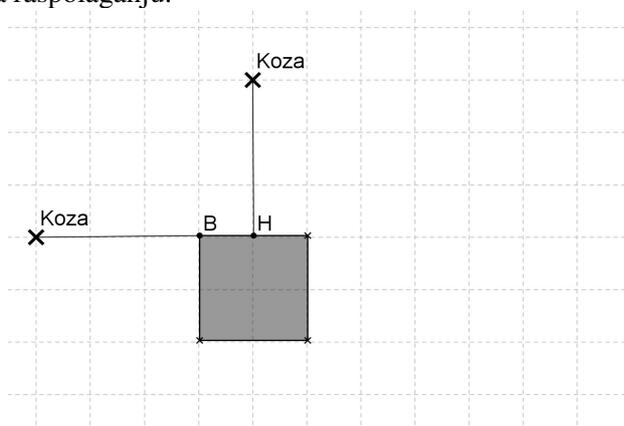
164. Pomoću slike 10.2. možemo zaključiti da je $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \cdot 4 = 4^2$. Koliko je $101 + 103 + 105 + 107 + 109 + \dots + 199$ tj. koliki je zbir svih neparnih brojeva druge stotine?

165. Krug poluprečnika 4cm podeljen je kružnim lucima poluprečnika 2cm na 4 podudarna dela kao na slici 10.3. Odredi obim i površinu jednog od tako dobijenih delova.

166. Deda Milivoje je na velikoj livadi napravio kolibu kvadratnog oblika dimenzija . On ima kozu i želi da ona pase oko kolibe. Da koza ne pobegne moraće da je veže pa je spremio konopac dužine tako da koza može da obiđe oko cele kolibe. Sada deda Milivoje ima problem jer nije siguran kada će koza imati veću površinu za pašu: ako kozu veže po sredini jedne strane kolibe (tačka H na slici 10.4.) ili na uglu kolibe (tačka B). Pomozi deda Milivoju da izabere pravu poziciju kao bi njegova koza imala više trave na raspolaganju.



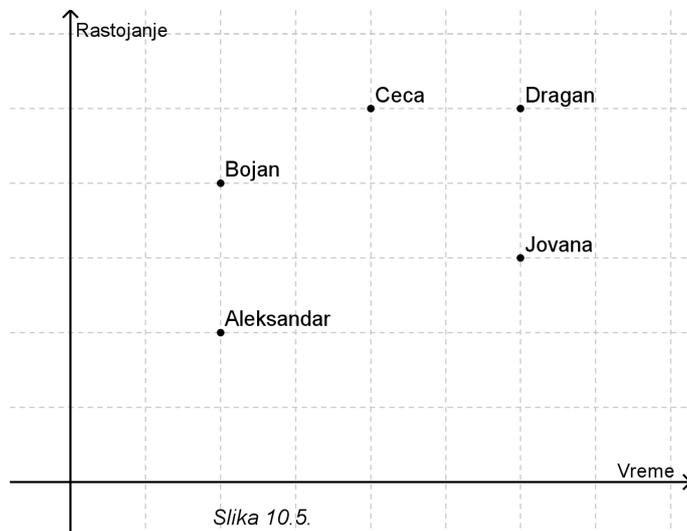
Slika 10.3.



Slika 10.4.

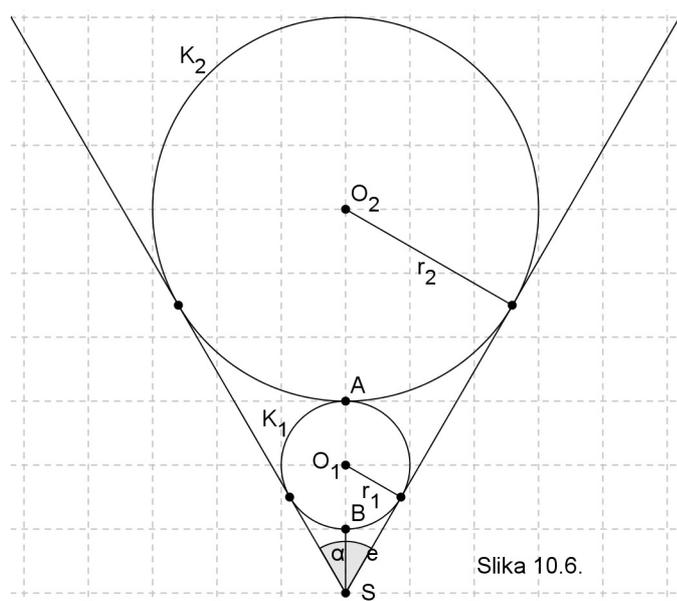
167. U podvodnom kraljevstvu žive šestokrake, sedmokrake i osmokrake hobotnice raznih boja. One koje imaju 7 krakova uvek lažu, a one sa 6 ili osam krakova uvek govore istinu. Jednog dana su se sastale 4 hobotnice. Plava je rekla: "Zajedno imamo 28 krakova", zelena: "Zajedno imamo 27 krakova", žuta "Zajedno imamo 26 krakova" i crvena: "Zajedno imamo 25 krakova". Koliko krakova ima crvena hobotnica?

168. Na grafiku (slika 10.5.) je prikazano rastojanje koje je svako od pet učenika pretrčao, kao i vreme potrebno da to rastojanje pretrči. Poređaj imana učenika od najbržeg do najsporijeg.

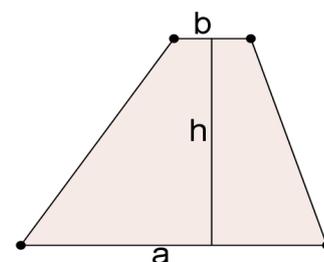


169. Rastojanje SB tačke S od manjeg kruga K_1 jednako je poluprečniku r_1 tog kruga. Veći krug K_2 dodiruje krug K_1 i sa njim ima zajedničke tangente iz tačke S (slika 10.6.)

- Odredi ugao α pod kojim se ovi krugovi vide iz tačke S .
- Ako je $r_1 = 1\text{cm}$ izračunaj površinu većeg kruga K_2



170. Marko je odlučio da zasadi vinograd na trapeznoj površi prikazanoj na slici 10.7. tako što će prvi red biti na osnovici a i poslednji na osnovici b . Rastojanje između biljaka u istom redu je 75cm , a rastojanje između redova je $2,5\text{m}$. Koliko će sadnica vinove loze biti potrebno ako su dimenzije $a = 120\text{m}$, $b = 30\text{m}$, $h = 100\text{m}$?



Slika 10.7.

171. Ako se broj stranica pravilnog mnogougla poveća za 3 tada se njegov ugao poveća za 27° . Koliko stranica ima taj mnogougao.

172. „Svi učenici su položili ispit“. Soprotan iskaz (negacija datog iskaza) je:

- a) Nijedan učenik nije položio ispit.
- b) Bar jedan učenik je položio ispit.
- c) Najmanje jedan učenik je položio ispit.
- d) Samo jedan učenik nije položio ispit.
- e) Bar jedan učenik nije položio ispit.



TREĆI RAZRED

1. Eksponencijalna funkcija i eksponencijalne j-ne



1. Reši jednačinu: $2^{x+3} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}}$
2. Reši jednačinu: $4^x = \frac{1}{32}$
3. Reši jednačinu: $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
4. Reši jednačinu: $16^x - 8 \cdot 4^x + 16 = 0$
5. Reši jednačinu: $3^{x+1} - 2 \cdot 3^x = 15$
6. Reši eksponencijalnu jednačinu $5^{2x-3} = 2 \cdot 5^{x-2} + 3$.
7. Reši eksponencijalnu jednačinu $2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$
8. Reši eksponencijalnu jednačinu $5^x - 5^{3-x} = 20$.
9. Reši eksponencijalnu jednačinu $2^{3x} \cdot 3^x - 2^{3x-1} \cdot 3^{x+1} = -288$.
10. Reši eksponencijalnu jednačinu: $3^x - 10 + 9 \cdot 3^{-x} = 0$.
11. Reši jednačinu: $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$
12. Reši jednačinu: $3^{x-\frac{1}{2}} + 3^{x+\frac{1}{2}} + 3^{x+\frac{5}{2}} = 31$
13. Reši jednačinu: $7^{1+x} + 7^{1-x} = 50$
14. Reši jednačinu $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$.
15. Reši jednačinu: $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 30$.
16. Reši jednačinu $2^x + 2^{2-x} = 5$.
17. Reši jednačinu $3\sqrt[3]{81} - 10\sqrt[3]{9} + 3 = 0$.
18. Reši jednačinu: $4^{x+3} - 13 \cdot 4^{x+1} = 2^{3x-1} - 2^{3x-3}$
19. Reši jednačinu $(11^x - 11)^2 = 11^x + 99$.

2. Logaritamska funkcija i logaritamske j-ne



20. Reši jednačinu $\log x = 2 \log 3 - \frac{1}{2} \log 4 - \log 5$.
21. Reši jednačinu $\log(x-2) + \log x = \log 3$.
22. Reši j-nu $3 \log_8^2 x - 2 \log_8 x = 1$.
23. Reši logaritamsku jednačinu (Odredi x tako da važi jednakost): $\log_2(3 + 2 \log_4(x+3)) = 2$.

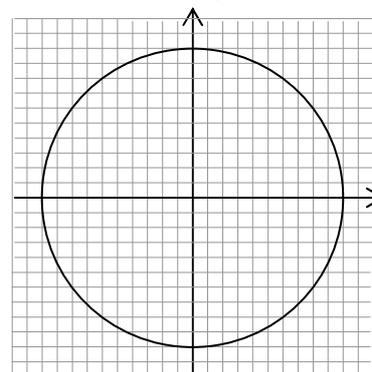
24. Rešiti jednačinu $\log_3(5 + 4\log_3(x-1)) = 2$.
25. Rešiti jednačinu $\log_3(1 + \log_3(2^x - 7)) = 1$
26. Odredi vrednost izraza: $\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2 \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 8\right)$
27. Izračunati vrednost izraza $\log_6 \log_2 \log_5 25$.
28. Ako je $\log_5 4 = a$ i $\log_5 3 = b$ naći $\log_9 20$
29. Izračunati vrednost izraza: $3\log_{10} 5 + 3\log_{10} 4 + 2\log_{10} 3 - (\log_{10} 3 + \log_{10} 24)$;
30. Izračunati vrednost izraza: $\log_4 64 + \log_2 \frac{1}{64} - \log_3 27$.
31. Izračunaj tačnu vrednost izraza (bez upotrebe računskih pomagala) $A = 2^{\log_{\sqrt{2}} 5}$.
32. Rešiti jednačinu $\log_3(x+4) + \log_3(x-1) = 1 + \log_3 2$;
33. Rešiti jednačinu $\log_x(x+2) + \log_x(2x-3) = 2$
34. Rešiti jednačinu $\log_2 x^2 - \log_2 x^3 = 4$.
35. Odrediti x iz jednačine $1 + \log x = \log 7 + \frac{1}{2} \log 9 - 2 \log 2$.
36. Izračunaj vrednost izraza
 $A = 3 \log_{12} 2 + 2 \log_{12} 3 - \log_{12} 6$; $B = \log_3 \sqrt[4]{27} - \log_{\sqrt{2}} 2$; $C = 5^{\log_{0.2} 0.1}$

3. Trigonometrijske f-je proizvoljnih uglova



(trigonometrijska kružnica, identičnosti, adicione formule...)

37. Na trigonometrijskoj kružnici odnosno u koordinatnom sistemu prikaži tačke A, B i C koje predstavljaju vrednosti
 $A = \sin \alpha$, $B = \cos \alpha$, i $C = \operatorname{ctg} \alpha$ ako je $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{5}$ i $\cos \alpha > 0$



38. Ako je $\sin(270^\circ + \alpha) = -\frac{4}{5}$ i $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ izračunaj $\operatorname{tg} \alpha$.
39. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \sin^2 737^\circ + \sin^2 107^\circ$ (bez upotrebe tablica ili kalkulatora).

40. Ako je $\sin x = -\frac{3}{5}$ i $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2} \right]$ izračunaj $\cos(2x)$.
41. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\frac{13\pi}{6} + \cos(-3\pi)}$.
42. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\sin\frac{3\pi}{4} - \cos\frac{7\pi}{3}}{\operatorname{tg}(-60^\circ) - \operatorname{ctg}225^\circ}$.
43. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\sin(-135^\circ) + \cos(300^\circ)}{\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4} - \operatorname{ctg}\frac{4\pi}{3}}$.
44. Ako je $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ i $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ izračunaj $\cos(\alpha + \beta)$
45. Ako je $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ i $\cos \beta = \frac{1}{2}$, $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ izračunaj $\sin(\alpha - \beta)$
46. Uprosti izraz $(\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x)(1 + \cos x)(1 - \cos x)$.
47. Uprosti izraz $\frac{\operatorname{tg}^2x - 1}{\operatorname{tg}^2x + 1} + (1 + \sin x)(1 - \sin x)$.
48. Dokaži identičnost $\sin 2\alpha - \operatorname{tg}\beta = \cos 2\beta \cdot \operatorname{tg}\beta$
49. Dokaži identičnost $(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\beta)\sin 2\beta = 2$
50. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\operatorname{tg}57^\circ - \operatorname{tg}12^\circ}{1 + \operatorname{tg}57^\circ \cdot \operatorname{tg}12^\circ}$ i $B = \sin 103^\circ \cdot \cos 13^\circ - \sin 13^\circ \cdot \cos 103^\circ$.
51. Izračunaj tačnu vrednost izraza $A = \frac{\operatorname{tg}73^\circ + \operatorname{tg}13^\circ}{1 - \operatorname{tg}73^\circ \cdot \operatorname{tg}13^\circ}$ i $B = \cos 78^\circ \cdot \cos 12^\circ - \sin 78^\circ \cdot \sin 12^\circ$.
52. Ako je $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 3$ i $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = 2$ naći $\operatorname{tg}2\alpha$ i $\operatorname{tg}2\beta$.
53. Odrediti zbir oštih uglova α , β i γ ako je $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\sin \beta = \frac{\sqrt{11}}{33}$, $\sin \gamma = \frac{3\sqrt{11}}{11}$.
54. Izračunati vrednost izraza: $\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{12} + \operatorname{tg}^2\frac{3\pi}{12} + \operatorname{tg}^2\frac{5\pi}{12}$.
55. Dokazati da za svaki α važi $\frac{\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^6 \alpha$
56. Dokazati da za svaki α važi $\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$

57. Dokazati da za svaki α važi $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$
58. Izračunaj $\sin(45^\circ - \alpha)$ ako je $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$.
59. Izračunaj $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ ako je $\cos \alpha = \frac{7}{25}$, $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$.
60. Ako je $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}$ odredi $\operatorname{tg} x$.
61. Odredi $\sin(\alpha + \beta)$ ako je $\cos \alpha = \cos \beta = -\frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ i $\beta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$
62. Za oštre uglove α i β važi da je $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ i $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Odredi razliku $\alpha - \beta$ tih uglova.
63. Ako su α i β oštri uglovi i $\cos 2\alpha = -\frac{63}{65}$, a $\cos \beta = \frac{7}{\sqrt{130}}$ odredi zbir uglova $\alpha + \beta$.

4. Sinusna i kosinusna teorema, trigonometrijske j-ne



64. Odredi stranice b i c trougla ΔABC ako je: stranica $a = 2\sqrt{2}$, naspramni ugao $\alpha = 45^\circ$, i nalegli ugao $\beta = 120^\circ$.
65. Odredi stranicu c trougla ΔABC ako se stranice $a = 1 + \sqrt{3}$ i $b = 2$ i površina trougla $P = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{3})$.
66. Odredi stranicu c trougla ΔABC ako se stranice $a = 3 + \sqrt{3}$ i $b = 3\sqrt{2}$, a ugao naspram stranice a je $\alpha = 75^\circ$.
67. Odredi ugao α (naspram stranice a) i površinu opisanog kruga oko trougla ΔABC čije su starnice $a = \sqrt{6}$, $b = 2\sqrt{3}$ i $c = 3 - \sqrt{3}$.
68. Odredi treću stranicu a i površinu opisanog kruga oko trougla ΔABC čije su starnice $b = \sqrt{6}$, $c = 3 + \sqrt{3}$ i ugao između njih $\alpha = 45^\circ$.
69. Osnova prave prizme je trougao čije su dve stranice dužine $a = 6 \text{ cm}$ i $b = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, a ugao između njih je $\gamma = 45^\circ$. Dužina visine prizme je $H = 20 \text{ cm}$. Odredi površinu te prizme.
70. U trouglu ΔABC je stranica $AB = a$, stranica $BC = a\sqrt{2}$, a spoljašnji ugao kod temena B je za 30° veći od unutrašnjeg ugla kod temena A . Odredi unutrašnje uglove tog trougla.
71. Ako je u trouglu ΔABC : zbir dve stranice $a + c = 11$, ugao između njih $\beta = 30^\circ$ i površina trougla $P = 7$, izračunaj dužine stranica tog trougla.
72. U trouglu ΔABC je: stranica $a = \sqrt{19}$, zbir ostale dve stranice $b + c = 7$, a ugao naspram stranice a je $\alpha = 60^\circ$. Odredi starnice b i c i proizvod $A = \sin \alpha \cdot \sin \beta$

73. Reši jednačinu $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}x = 1$.
74. Dokaži da je $\operatorname{arctg}(3 + 2\sqrt{2}) - \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$.
75. Reši jednačinu $4\operatorname{tg}x = \operatorname{tg}4x$.

5. Analitička geometrija u ravni



(rastojanje tačaka, podela duži, j-na prave, odstojanje tačke i prave, odnos dve prave, krug, prava i krug)

76. Na datoj duži AB naći tačke P i Q , koje dele datu duž u produženoj razmeri $AP : PQ : QB = 6 : 3 : 1$.
77. Naći koordinate centra S kruga opisanog oko trougla $\Delta ABC(A(-6,0), B(-7,7), C(1,1))$.
78. Napiši jednačinu kružnice opisane oko trougla $\Delta ABC(A(2,5), B(-6,1), C(3,2))$.
79. Napiši jednačinu kružnice upisane u trouglu $\Delta ABC(A(0,0), B(-8,0), C(0,6))$.
80. Naći pravu koja seče prave: $x + y + 3 = 0$ i $2x - y - 5 = 0$ redom u tačkama A i V , tako da je tačka $M(1,1)$ središte duži AV .
81. Napisati jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(3,-1)$ i normalna je na pravu $x + 3y - 1 = 0$.
82. Napisati jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $M(-2,1)$, a paralelna je sa pravom $3x + 2y - 1 = 0$.
83. Naći jednačinu kružnice čiji je centar $C(1,2)$, a koja prolazi kroz tačku $M(2,3)$.
84. Naći jednačinu kružnice koja dodiruje x -osu, a prolazi kroz tačke $A(-1,2)$ i $B(6,9)$.
85. Naći jednačine tangenti kružnice $x^2 + y^2 = 9$ koje su paralelne sa pravom $3x + y - 3 = 0$.
86. Odrediti jednačine stranica trougla ΔABC , ako su mu date jednačine: visine $h_c : 2x + 3y - 11 = 0$ težišne duži: $t_b : 4x - 5y + 3 = 0$ i stranice $BC : x - 3y - 1 = 0$.
87. Krug sa centrom $O(3,-1)$ odseca na pravoj $2x - 5y + 18 = 0$ tetivu dužine 6. Naći jednačinu ovog kruga.
88. Na datom krugu $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ odrediti tačku A najbližu i tačku B najudaljeniju od prave $3x + 4y + 34 = 0$.
89. Odrediti ugao pod kojim se seku krugovi: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$ i $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 6 = 0$.
90. Odrediti jednačinu kruga koji prolazi kroz koordinatni početak, a prave $3x - 4y + 8 = 0$ i $3x + 4y + 8 = 0$ su mu tangente.

91. Kako glasi jednačina prave kojoj pripada tačka $A\left(a; \frac{3}{2}\right)$, a koja sa pozitivnim delovima koordinatnih osa obrazuje trougao površine $P = 6$?
92. Izračunati ugao pod kojim se vidi kružnica $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ iz tačke $M(3;3)$.
93. Ako je dužina tetive ružnice $(x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2$ na osi Ox jednaka 6, kolika je dužina tetive te kružnice na osi Oy ?

6. Poliedri



(prizme, pramide, zarubljene piramide, pravilni poliedri, složeni poliedri)

94. Izračunati površinu i zapreminu pravilne četvorostrane prizme, koja ima omotač $M = 12\sqrt{6}cm^2$, a nagib dijagonale prema ravni osnove je $\alpha = 30^\circ$.
95. Osnova prave prizme je jednakokraki trapez sa krakom dužine $17cm$ i osnovicama $44cm$ i $28cm$, a dijagonalni presek je kvadrat. Izračunati joj površinu i zapreminu.
96. Dokazati da je zbir rastojanja proizvoljne unutrašnje tačke pravilnog tetraedra do njegovih strana konstantan i jednak njegovoj visini.
97. Izračunati površinu i zapreminu tela čija su temena centri strana date kocke, ivice a .
98. Izračunati odnos zapremine kocke ivice a i zapremine pravilnog tetraedra čije su ivice jednake dijagonali jedne strane kocke.
99. Izračunati odnos zapremine kocke ivice a i zapremine pravilnog oktaedra čije su ivice jednake dijagonali kocke.
100. Izračunati odnos zapremine prave pravilne šestostrane piramide čija je ivica osnove a i bočne ivice $2a$ prema zapremini pravilnog tetraedra ivice a .
101. Sve bočne ivice pravilne trostrane piramide imaju dužinu $s = 2\sqrt{7}$, a dužina visine te piramide je $H = 4cm$. Odredi površinu i zapreminu te piramide.
102. Sve bočne ivice pravilne trostrane piramide imaju dužinu $s = 12$ i nagnute su prema ravni osnove pod uglom $\alpha = 30^\circ$. Odredi površinu i zapreminu te piramide.
103. Sve apoteme pravilne trostrane piramide nagnute su prema ravni osnove pod uglom $\alpha = 60^\circ$, a ivica osnove je dužine $a = 6$. Odredi površinu i zapreminu te piramide.
104. Sve apoteme pravilne trostrane piramide imaju dužinu $h = 4cm$, a dužina visine te piramide je $H = 2cm$. Odredi površinu i zapreminu te piramide.
105. Osnova prave prizme je trougao čije su dve stranice dužine $c = 4\sqrt{3}m$ i $b = 8m$, a ugao između njih je $\alpha = 60^\circ$. Dužina visine prizme je $H = 2m$. Odredi zapreminu te prizme.
106. Prava pravilna šestostrana prizma čije su osnovne ivice a i visina $H = a\sqrt{3}$, presečena je manjim dijagonalnim presekom na dva dela. Odredi površinu manjeg od tih delova.

7. Obrtna tela

(valjak, kupa, zarubljna kupa, lopta, delovi lopte)

107. Jednakokraki trapez sa osnovicama 2cm i 4cm i oštrim uglom od 60° rotira oko kraka. Izračunati površinu i zapreminu dobijenog tela.
108. Pravi šestougao površine $P = 24\sqrt{3}\text{cm}^2$ obrće se oko jedne stranice. Izračunati površinu i zapreminu dobijenog tela.
109. Trougao sa stranicama 10dm , 17dm , 21dm rotira oko najveće stranice. Izračunati površinu i zapreminu dobijenog tela.
110. Na rastojanju 6cm od centra lopte postavljena je ravan, koja seče loptu po krugu površine $P = 64\pi\text{cm}^2$. Izračunaj površinu i zapreminu manjeg odsečka te lopte?
111. Izvodnica kupe je nagnuta prema ravni osnove pod uglom $\alpha = 30^\circ$. Odredi odnos površine baze i površine omotača te kupe.
112. Jednakokraki trougao čiji je krak $b = 10$ i ugao pri vrhu 2α rotira oko svoje ose. Izrazi površinu i zapreminu obrtnog tela u funkciji ugla α .
113. Dezobarijera je posuda sa polukružnom osnovom prečnika 4m i dubine 7cm . Koliko je litara dezinfekcionog sredstva potrebno da se napuni dezobarijera u kojoj je materijal suđeraste strukture koji zapreminu smanjuje za 25%. Računati da je $\pi \approx \frac{22}{7}$.
114. Oko lopte poluprečnika r opisan je valjak. Odredi odnos površine te lopte i tog valjka.
115. Oko valjka poluprečnika r i visine $H = 2r$ opisana je lopta. Odredi odnos zapremina tog valjka i te lopte.
116. Odredi odnos zapremina upisanog i opisanog valjka oko preve previlne trostrane prizme.
117. Duži krak pravouglog trapeza sa osnovicom gradi ugao $\alpha = 60^\circ$ i ima dužinu $c = 10$, a veća osnovica ima dužinu $a = 8$. Odredi površinu i zapreminu obrtnog tela koje nastaje rotacijom tog trapeza oko kraćeg kraka.
118. Oko valjka poluprečnika $r = 3$ i zapremine $V = 72\pi$ opisana je lopta. Odredi površinu i zapreminu lopte i valjka.
119. Krak jednakokrakog trapeza sa osnovicom gradi ugao $\alpha = 120^\circ$ i ima dužinu $c = 12$, manja osnovica ima dužinu $b = 4$. Odredi površinu i zapreminu obrtnog tela koje nastaje rotacijom tog trapeza oko svoje ose simetrije.
120. Oko lopte površine $P = 100\pi$ opisan je valjak. Odredi površinu i zapreminu tog valjka.
121. Tri lopte poluprečnika r leže na ravnom stolu i međusobno se dodiruju. Četvrta lopta istog poluprečnika postavljena je na prve tri lopte tako da ih sve dodiruje. Odrediti odstojanje najudaljenije tačke četvrte lopte od ravni stola.
122. Tri lopte poluprečnika r leže na ravnom stolu i međusobno se dodiruju. Četvrta lopta istog poluprečnika postavljena je na sto tako da istovremeno dodiruje i prve tri lopte. Odrediti površinu i zapreminu četvrte lopte.
123. Četiri lopte poluprečnika $r = 3\sqrt{2}\text{cm}$ leže na ravnom stolu i svake dve susedne se međusobno dodiruju. Peta lopta poluprečnika $r = 4\sqrt{2}\text{cm}$ postavljena je na prve četiri

lopte tako da ih sve dodiruje. Odrediti zapreminu piramide čija su temena u centrima ovih pet lopti.

124. Četiri lopte poluprečnika r leže na ravnom stolu i svake dve susedne se međusobno dodiruju. Peta lopta istog poluprečnika postavljena je na prve četiri lopte tako da ih sve dodiruje. Odrediti odstojanje najbliže tačke pete lopte od ravni stola.



8. Nizovi

125. Dat je niz $\left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{9}{4}, \frac{16}{5}, \frac{25}{6}, \dots\right)$. Odredi njegov šesti član a_6 i njegov opšti član.

126. Izračunaj $B = 6 + \frac{19}{3} + \frac{20}{3} + 7 + \frac{22}{3} + \frac{23}{3} + \dots + \frac{55}{3}$

127. Izračunaj $C = 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{8} + \dots + 11\frac{1}{1024}$

(uputstvo razdvojiti mešovite razlomke na zbrove celih i razlomljenih delova i koristiti zbir prvih n članova aritmetičkog odnosno geometrijskog niza. Takođe uočiti da je $4=2^2$, $8=2^3$, ..., $1024=2^{10}$)

128. Odredi deseti član a_{10} aritmetičkog niza kod koga je peti član $a_5=-3$, a zbir prvih pet članova je $S_5=5$.

129. Reši jednačinu $1+3+5+\dots+x=225$ po x .

130. Reši jednačinu $3+7+11+\dots+x=741$ po x .

131. Odredi broj x tako da brojevi $2x+1$, $3x+3$ i $5x+4$ budu prva tri člana aritmetičkog niza, a zatim odredi zbir prvih 20 članova tog niza.

132. Odredi četrnaesti član geometrijskog niza ako je $a_3 = \frac{3}{2}$ i $a_6 = \frac{3}{16}$.

133. Izračunaj $A = 2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \frac{16}{27} + \dots + \frac{2^{17}}{3^{16}}$

134. Izračunaj $B = 3 + \frac{9}{5} + \frac{27}{25} + \frac{81}{125} + \dots$

135. Odredi $x > 0$ tako da brojevi $5x-2$, $x\sqrt{21}$, $5x+2$ čine prva tri člana geometrijskog niza.

136. Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 3n + 2}{5n - 2n^2 + 3}$.

137. Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 5}{\sqrt{4n^2 - n} + 3}$.

138. Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n-1} - \sqrt{n})$.

139. Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{n^2-23}$.

140. Naći zbir prvih 9 članova aritmetičkog niza: $\frac{1}{\sqrt{3}+1}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}-1}, \dots$
141. Tri različita broja x, y, z u tom zadatom redosledu čine geometrijski niz, a brojevi $x+y, y+z, z+x$ aritmetički niz. Odrediti količnik geometrijskog niza.
142. Tri broja, čiji je zbir 26, obrazuju geometrijski niz. Ako se tim brojevima doda redom 1, 6 i 3, dobijaju se brojevi koji obrazuju aritmetički niz. Odredi te brojeve.
143. Odrediti x -ti član geometrijskog niza čija su prva tri člana: $11 - x^{\log x}, x^{\log x} - 5, 35 - x^{\log x}$
144. Koristeći definiciju granične vrednosti niza dokazati $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3}{3n^2 - 4} = \frac{2}{3}$.
145. Dat je niz sa opštim članom $a_n = \frac{4n^2 + 1}{3n^2 + 2}$. Odrediti granicu ovog niza. Koliko treba da je n da bi $|a_n - a| < 0,001$.
146. Odrediti graničnu vrednost niza $a_n = \left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^{n+1}$.
147. Brojevi a_1, a_2, a_3 su tri uzastopna člana geometrijskog niza s količnikom $q = 2$, a brojevi a_2, a_3, a_4 su tri uzastopna člana aritmetičkog niza čija je razlika $d = 6$. Odredi zbir sva četiri broja $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$
148. Odrediti graničnu vrednost niza $a_n = \frac{\log_3 3 + \log_3 9 + \log_3 27 + \dots + \log_3 3^n}{n^2}$.
149. Izračunati $\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5}\dots}}}$.
150. Ako se prvom, drugom i trećem članu aritmetičkog niza, čija je diferencija $d = 3$, doda respektivno 1, 2 i 7, dobija se geometrijski niz. Kako glase ti nizovi i koliko iznosi zbir prvih sto članova aritmetičkog niza?

9. Sistemi jednačina i primene j-na i sistema j-na



151. Reši sistem jednačina
$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 1 \\ 3x + 8y - 5z = 4 \\ -2x + 7y - 4z = 0 \end{cases}$$

152. Reši sistem jednačina
$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 6 \\ -2x + y + 2z = 5 \\ -3x + 3y - 4z = 8 \end{cases}$$

153. Reši sistem jednačina
$$\begin{cases} x - 5y + 3z = -4 \\ 2x - 7y + 8z = 0 \\ -3x + 9y - 2z = 7 \end{cases}$$

154. Rešiti sistem jednačina:
$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 2 \\ 4x - y + 3z = 2 \\ -2x + 5y - 4z = -3 \end{cases}$$

155. Reši sistem jednačina
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ -2x - 7y + 3z = 5 \\ 3x + 5y + 7z = 10 \end{cases}$$

156. Rešiti sistem jednačina:
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 3x + 2y = 2 \\ 4x + 3z = 6 \end{cases}$$

157. Koristeći Kramerova pravila rešiti sistem jednačina:
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 4y - 6z = -2 \\ -x + 2y + 6z = 4 \end{cases} .$$

158. U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati i rešiti sistem:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 2y + 5z = 0 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

159. Rešiti homogeni sistem jednačina:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 2y + 5z = 0 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases} .$$

160. Odrediti realan parametar a tako da homogeni sistem jednačina ima i netrivialna rešenja:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + 4y + z = 0 \\ 6x + (a + 2)y + 2z = 0 \end{cases} .$$

161. U parku sede deda, sin i unuk. Ljubopitljivi prolaznik upita: deda koliko godina imaš ti, koliko tvoj sina, a koliko unuk? Deda odgovara: ja i moj sin imamo zajedno 92 godina, a ja i unuk 67. Kada mi se rodio sin bio sam za jednu godinu stariji nego on kada mi se rodio unuk. Koliko godina ima deda, koliko otac, a koliko sin.

162. Zbir svih ivica kvadra je 80cm . Zbir dve duže susedne ivice je tri puta veći od najmanje ivice kvadra, a ako se najkraća ivica poveća za 1cm tada će dužine susednih ivica obrazovati aritmetički niz. Odredi zapreminu kvadra?

163. Odredi uglove trougla ako je jedan od njih za 26° manji od zbira druga dva, a četiri puta veći od razlike ostala dva. Odredi mere tih uglova u stepenima.

164. Zbir cifara zamišljenog trocifrenog broja je 18. Ako se cifra jedinica premesti na prvu poziciju dobija se broj za 513 manji od tog broja, a ako cifru stotina premestimo iza ostale dve dobije se broj za 135 veći od zamišljenog. Koji je broj zamišljen?

10. Logički zadaci



(logički zadaci i zadaci koji služe za sistematizaciju ili primenu nekih tema)

165. Ana, Branka, Ceca, Danica i Eva su bliske rođake. Jedna od njih je Brankina baka, a Evina sestra. Eva je Daničina tetka. Jedna od njih je pet je Anina sestra, a Brankina majka. U kakvom su srodstvu Branka i Ceca.

(REŠENJE ... Ceca može biti samo Brankina baka. Ostale joj ne mogu biti bake. Eva ne može jer joj je Brankina baka sestra, Danica ne može jer joj je Eva tetka, a Ana ne može jer joj je Brankina majka sestra.)

166. Pet takmičara A, B, V, G, D zauzeli su prvih pet mesta u jednoj trci. Na pitanje: koji je takmičar zauzeo koje mesto, dobijeni su od pet gledalaca sledeći odgovori :

- a) V je bio drugi, B treći .
- b) D je bio treći, a G peti .
- v) D je bio drugi, a G prvi .
- g) V je bio drugi, a A prvi .
- d) B je bio prvi, a A četvrti .

U svakom od tih odgovora jedan deo je tačan, a jedan netačan. Odredite koji je redosled takmičara .

167. Vlasnik želi da sagradi kuću na parceli koja ima oblik jednakostraničnog trougla. Pri tome želi da zbir rastojanja od kuće do ivica parcele bude što manji. Gde treba da sagradi kuću ako zanemarimo oblik i dimenzije kuće?

168. Jovan je istisnuo celu pastu za zube na trotoar u jednoj liniji dužine 10 metara. Ako bi prečnik otvora na pasti bio dva puta manji kolika bi bila dužina linije.

169. U čašu cilindričnog oblika koja je napunjena vodom uronjena je metalna kugla dva puta manjeg prečnika od prečnika čaše. Zbog toga se izvesna količina vode prelila iz šaše. Za koliko će se dubina vode u čaši smanjiti kada se ova kugla izvadi iz čaše.

170. Tegovi za terazije su napravljeni u obliku valjaka od istog homogenog materijala. Dimenzije tegova su: crni teg $r = 1\text{cm}$, $H = 4\text{cm}$; plavi teg $r = 2\text{cm}$, $H = 2\text{cm}$ i crveni teg $r = 4\text{cm}$, $H = 1\text{cm}$ (r je poluprečnik tega, a H njegova visina). Ako na I tasu stoje jedan plavi i jedan crveni teg koliko crnih tegova treba staviti na drugi tas da bi se terazije dovele u ravnotežu.

171. Prdmet oblika trostrane piramide napravljen je od gvožđa gustine $\rho = 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ima masu $15,8\text{kg}$ i površinu $P = 10\text{dm}^2$. Ako se od tog predmeta izbrusi kugla maksimalne veličine koliki će biti prečnik te kugle.

172. Bazen oblika kvadra ima površinu dna $P_1 = 45\text{m}^2$, a površine bočnih strana su $P_2 = 15\text{m}^2$ i $P_3 = 12\text{m}^2$. Koliko litara vode može da stane u taj bazen

173. Da li kroz cev valjkastog oblika mogu da se mimoidu dve kugle od kojih je obim jedne za 1m manji od obima cevi, a prečnik druge kugle je 3dm ? Odgovor obrazložiti.

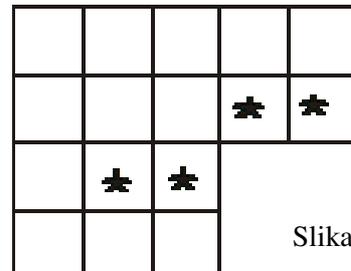
174. Ako su α , β , γ tri uzastopna člana aritmetičkog niza onda je $\frac{\sin \alpha + \sin \gamma}{\cos \alpha + \cos \gamma} = \text{tg } \beta$. Dokazati!

175. Izračunaj $\log_2\left(\sin^2\frac{3\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{6}\right) - \log_3\left(1 + 2\sin\frac{\pi}{2}\right) + 2\cos(\pi \log_2\sqrt[3]{2})$

176. Kvadar sa susednim ivicama a, b i c ima zapreminu $V = \sqrt[4]{e}$. Izračunaj zbir svih ivica kvadra čije su susedne ivice $\ln a, \ln b$ i $\ln c$.

177. Kanal za vodu dugačak je $5m$ i može da prihvati $1440l$ vode. Poprečni presek je oblika jednakokrakog trapeza čiji je krak $52cm$ i visina $48cm$. Koliko litara vode može da prihvati kanal do polovine svoje dubine?

178. Figuru na slici 3.1. podeli po naznačenim linijama na 4 podudarne figure tako da svaka od njih sadrži po jednu zvezdicu

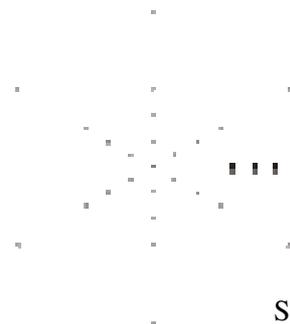


Slika 3.1.

179. „Živojinović nikad nije pobedio Lendla“. Soprotan iskaz (negacija datog iskaza) je:

- Lendl nikad nije pobedio Živojinovića.
- Živojinović je bar jednom pobedio Lendla.
- Živojinović je bar jednom izgubio od Lendla.
- Lendl je bar jednom pobedio Živojinovića.
- Živojinović nikad nije izgubio od Lendla.

180. Pauk je ispleo mrežu sa 50 niti šestougaonog oblika povezanih sa tri niti koje prolaze kroz centar mreže (kao na slici 3.2). Rastojanje između susednih šestougaonih niti $1cm$. Pri kretanju po mreži pauk uvek pre nego što pređe iz jedne na susenu šestougaonu nit prođe bar jednom njenom stranicom. Koliki najmanji put treba da pređe pauk da bi sa oboda mreže stigao u centar?



Slika 3.2.

181. Dat je pravougli jednakokraki trougao osnovice $a = 100cm$. Kraci i osnovica su podeljeni tačkama na po 100 jednakih delova. Kroz te tačke su postavljene duži paralelno i normalno prema osnovici.

- Kolika je ukupna dužina svih duži na toj slici ne računajući stranice trougla?
- Koliko je presečnih tačaka u unutrašnjosti trougla.



RAZNI ZADACI

1. Zadaci sa takmičenja iz aprila 1994. godine u Požarevcu



I razred

1. Ako je $ab - cd = 0$, onda je $\frac{d^2}{b^2 + d^2} + \frac{c^2}{a^2 + c^2} = 1$. Dokaži!
2. Dokaži da je $(4 + \sqrt{15}) \cdot (10 - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ racionalan broj.
3. Na hipotenuzi AB pravouglog trougla $\triangle ABC$ date su tačke M i N tako da je $AM = AC$ i $BN = BC$. Odredi ugao $\angle MCN$.
4. Bazen se puni vodom kroz tri cevi. Samo kroz prvu cev bazen se napuni za $5h$, samo kroz drugu za $6h$ i $15'$, ako su otvorene sve tri cevi bazen se napuni za $2,5h$. Da li se bazen može napuniti za jedan dan ako se puni samo iz treće cevi?
5. Cena neke robe je smanjena za 20% , a zatim još za 20% te nove cene. Ako se zatim cena robe uveća za $56,25\%$ za koliko će se (procenata) ta najnovija cena razlikovati od početne?

II razred

1. Pokazati da za svako $a \neq 0$ i $a \neq 1$ izraz $\left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{\sqrt{a}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right) - \frac{1+a}{\sqrt{a}}$ ima konstantnu vrednost.
2. Reši jednačinu $0,6^{\log_a x} \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{\log_a x - 5} = \left(\frac{27}{125}\right)^3$; $a > 1, a \neq 1$.
3. Izračunati $Im \left(\frac{\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20} + 2Re\left(\frac{i}{1+i}\right)}{2i^{30} + 3i^{20}} \right)$.
4. Ako za nule funkcije $y = -2x^2 + 6x + k - 1$; ($k < 0$) važi jednakost $1 + x_1^2 \cdot x_2^2 = \frac{5}{2} \cdot x_1 \cdot x_2$, odrediti k i nacrtati grafik te funkcije.
5. Rešiti jednačinu $\frac{\log 8 - \log(x-5)}{\log \sqrt{x+7} - \log 2} = -1$.

III razred



1. Kako glasi jednačina prave kojoj pripada tačka $A\left(a; \frac{3}{2}\right)$, a koja sa pozitivnim delovima koordinatnih osa obrazuje trougao površine $P = 6$?
2. Ako su α, β, γ tri uzastopna člana aritmetičkog niza onda je $\frac{\sin \alpha - \sin \gamma}{\cos \gamma - \cos \alpha} = \operatorname{ctg} \beta$.
Dokazati!
3. Izračunati odnos zapremine kocke ivice a i zapremine pravilnog tetraedra čije su ivice jednake dijagonali jedne strane kocke.
4. Ako se prvom, drugom i trećem članu aritmetičkog niza, čija je diferencija 3, doda respektivno 1, 2 i 7, dobija se geometrijski niz. Kako glase ti nizovi i koliko iznosi zbir prvih sto članova aritmetičkog niza?
5. Izračunati ugao pod kojim se vidi kružnica $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ iz tačke $M(3; 3)$.

IV razred

1. Reši jednačinu $C_3^{n+2} : V_3^{n+1} = 5 : 6$.
2. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{x^2-1} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 3\sqrt{x}}$.
3. Ispitati da li funkcija $y = a \cdot \ln \frac{x-1}{x+1} + 5a - 3$ zadovoljava jednačinu $(x^2 - 1) \cdot y' = 2a$.
4. Ispitati osobine i nacrtati grafik funkcije $y = 1 - \frac{2x}{x^2 + 1}$.
5. Na paraboli $y = x^2$ odrediti tačku koja je najbliža pravoj $2x - y - 4 = 0$.

2. Zadaci sa takmičenja iz aprila 2008. godine u Požarevcu

(zadatke prema zbirci sastavio Regionalni centar za talente Požarevac)

Zadaci za I razred -prva kombinacija-



1. U školi ima 55 nastavnika. Od tog broja njih 46 pije kafu, 28 pije čaj, 19 pije i čaj i kafu. Ima li nastavnika koji ne piju ni čaj ni kafu?
2. Neki posao 6 radnika može da završi za 5 dana. Za koliko dana ukupno će biti završen taj posao ako posle dva dana dođe još tri radnika?
3. Rastaviti date polinome na činioce:

a) $9a^2 - 25b^2$ b) $a^2 + 4a + 4 - b^2$.

4. Uprostiti dati algebarski izraz i odrediti uslov definisanosti:

$$\frac{18a - 9b}{6a + 3b} : \frac{4a^2 - 4ab + b^2}{4a^2 - b^2} .$$

5. Odrediti realan parametar m tako da polinom $P(x) = x^5 - mx^3 + 3x^2 + 2x - 8$ bude deljiv binomom $x + 2$.
6. U $\triangle ABC$ simetrala CD ugla γ seče stranicu AB pod uglom $\varphi = 110^\circ$. Izračunati uglove trougla ako se zna da je $CD = BC$.
7. Rešiti jednačinu $\frac{x+2}{x-1} - \frac{2x-1}{2x+2} = \frac{4x+1}{x^2-1}$.
8. Sa stovarišta je prvog dana prodana $\frac{1}{3}$ ukupne količine uglja, drugog dana $\frac{3}{4}$ preostale količine, a trećeg dana preostalih 75 tona. Koliko tona uglja je bilo na tom stovarištu?
9. Dva automobila od kojih jedan prelazi 60km/h, a drugi 80km/h, kreću istovremeno jedan drugom u susret iz dva mesta udaljena 420 km. Posle koliko vremena će se ti automobili sresti?
10. U košarkaškom timu igra 4 beka, 3 centra i 5 krila. Na koliko načina se može sastaviti prva petorka, ako u njoj moraju da budu 2 beka i bar 2 centra?

-druga kombinacija-



1. Na poljoprivrednom dobru ima 40 oglednih parcela, koje se đubre đubrivima A, B ili C. Đubrivo A baca se na 24 parcele, B i C na 3 parcele, a A i B na 7 parcela. Samo C baca se na 8 parcela. Samo dve vrste đubriva bacaju se na 15 parcela, a sve tri vrste na 2 parcele. Na koliko se parcela ukupno baca đubrivo B, a na koliko C?
2. Trgovina je nabavila 520 kg banana, 340 kg narandži, 240 kg limuna i 750 kg jabuka. Prevozniku je za transport ukupne količina voća plaćeno 7400 dinara. Koliki je transportni trošak za svaku od četiri vrste voća ako su troškovi srazmerni količinama voća?
3. Roba je poskupela 25%.
 - a) Kolika je nova cena ako je prvobitna bila 1000 dinara?
 - b) Koliko procenata sada treba da pojeftini ta roba da bi se dobila prvobitna cena?
4. Rastaviti date polinome na činioce:
 - a) $2x^3 - 18x$
 - b) $x^2 - 4x + 5$.
5. Uprostiti algebarski izraz i odrediti uslov definisanosti $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right)$.
6. Podeliti polinome: $(x^6 - 1) : (x^2 + x + 1)$.
7. Rešiti jednačinu $\frac{2}{6x+1} - \frac{3}{1-6x} = \frac{8+9x}{36x^2-1}$.
8. Jedan pešak ide iz mesta A u mesto B brzinom $5 \frac{km}{h}$. Tri časa kasnije pođe iz istog mesta u istom smeru biciklista koji prelazi $15 \frac{km}{h}$. Posle koliko vremena će biciklista stići pešaka?
9. Cigla je teška kao pola cigle i 2 kg. Blok je težak kao dve cigle i pola bloka. Koliko su teški dva bloka i tri cigle?
10. Odrediti dva komplementna ugla ako se oni odnose kao 3:2.

-treća kombinacija-



- U jednom prevodilačkom birou radi 52 prevodioca. Među njima 20 govori ruski, 35 engleski, 19 francuski, 11 govori ruski i engleski, 7 francuski i ruski, a 9 govori francuski i engleski.
 - Koliko prevodioca govori sva tri jezika?
 - Koliko njih govori samo ruski?
- Od 16 kg pamuka može se izatkati 32m platna širine 110cm. Koliko se metara platna širine 80cm može izatkati od 40 kg pamuka?
- Trgovinsko preduzeće želi da pomeša 250 kilograma pirinča po ceni od 8,2 dinara sa izvesnom količinom pirinča od po 8,6 dinara po kilogramu tako da kilogram mešavine košta 8,5 dinara za kilogram. Koliko kilograma pirinča treba uzeti po ceni od 8,6 dinara po kilogramu?
- Rastaviti na činioce:
 - $x^2 - 8x + 15$
 - $x^5 - x^3 + 27x - 27$
- Uprostiti algebarski izraz $\left(3a - \frac{4x^2}{3a}\right) : \left(1 - \frac{2x}{3a}\right)$; $a \neq 0$; $a \neq \frac{2}{3}x$.
- Odrediti količnik i ostatak deljenja polinoma $(2x^3 + 5x^2 + 7x + 4) : (x - 1)$.
- U pravouglom trouglu ugao koji zaklapaju hipotenuzina visina i hipotenuzina težišna duž je 28° . Odrediti ugao između hipotenuzine težišne duži i simetrale pravog ugla tog trougla.
- Rešiti jednačinu: $\frac{24}{18x^2 - 2} = \frac{1 + 3x}{3x - 1} + \frac{1 - 3x}{1 + 3x}$.
- Razlika cifara jednog dvocifrenog broja je 4. Kada ciframa promenimo mesta, prvobitni broj biće $\frac{7}{4}$ puta veći od novodobijenog. Odrediti prvobitni broj.
- U jednom odeljenju $\frac{3}{7}$ učenika su devojčice. Ako bi došle još četiri devojčice, tada bi u tom odeljenju broj devojčica i broj dečaka bio jednak. Koliko učenika ima u tom odeljenju?

Zadaci za II razred -prva kombinacija-



1. Rešiti sistem:
$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 5 \\ 3x - y - z = 2 \\ 4x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$$
2. Uprostiti izraz: $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)^{-1} : \frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^2 - b^2}$.
3. Racionalisati imenilac izraza $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 3}$.
4. Izračunati: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2007}$.
5. Odrediti realan parametar m takav da kvadratna funkcija $y = (m-2)x^2 - (m+1)x + m+1$ bude negativna za svako $x \in R$.
6. U jednačini $x^2 - 8x + p = 0$ odrediti realan broj p tako da jedan koren bude tri puta veći od drugog.
7. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x - 3} \leq 1$.
8. Rešiti jednačinu $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$.
9. Odrediti vrednost izraza: $\log_{\frac{1}{8}} \left(\log_2 \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 16 \right)$.
10. Ako je $2 \sin x + 3 \cos x = 3$ izračunati $\sin x$ i $\cos x$.

-druga kombinacija-



1. Rešiti sistem jednačina: $\frac{6}{x+y-1} - \frac{4}{2x+y-7} = 5 \wedge \frac{12}{x+y-1} + \frac{8}{2x+y-7} = 2$.
2. Uprostiti izraz: $\left(\frac{4x^{-2}y}{9z^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3y^2z^{-1}}{8x^5}\right)^4, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.
3. Izračunati: $\frac{3}{\sqrt{5}-2} - \frac{5}{\sqrt{20}-5} - \frac{5}{\sqrt{5}}$.
4. Odrediti realni i imaginarni deo kompleksnog broja $z = \frac{6}{2+3i} + (1-i)^2$.
5. U funkciji $y = -x^2 - (2-m)x + 1$ odrediti vrednost realnog parametra m tako da funkcija ima maksimum $y_{\max} = \frac{5}{4}$.
6. U jednačini $x^2 - (3m-1)x + 2m-1 = 0$ odrediti $m \in R$ tako da rešenja jednačine budu realna i jednaka (dvostruka rešenja).
7. Rešiti nejednačinu: $\frac{x^2-4}{2x-x^2} \geq 0$.
8. Rešiti jednačinu: $21 \cdot 3^x - 5^{x+2} = 9 \cdot 3^{x+2} - 5^{x+3}$.
9. Uprostiti izraz: $\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha} - \frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}$.
10. Rešiti jednačinu: $\log_7(6+7^{-x}) = 1+x$.

-treća kombinacija-

1. Rešiti sistem jednačina
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{4}{3} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$
2. Uprostiti izraz
$$\left[\left(\frac{3x^{-2}}{5y^{-3}} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{5y^{-2}}{9x^{-1}} \right)^{-2} \right] \quad (x \neq 0, y \neq 0).$$
3. Izračunati
$$\left[\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}} \right] \cdot (\sqrt{3}+5)^{-1}.$$
4. Odrediti $x, y \in R$ iz jednačine $4x + iy - 10i = 2y - 3ix$.
5. Odrediti realan broj k takav da funkcija $y = -x^2 + kx + k - 3$ dostiže maksimum za $x=1$, a zatim odrediti tu maksimalnu vrednost y_{max} .
6. Odrediti vrednost realnog parametra k tako da rešenja kvadratne jednačine $x^2 - (k+2)x + 2 = 0$ zadovoljavaju uslov $x_1^2 + x_2^2 = 5$.
7. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} \leq 0$.
8. Rešiti jednačinu $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$.
9. Rešiti jednačinu $\log_3(9-x) + \log_3(x+3) = 3$.
10. Odrediti oštar ugao α ako je $3\sin \alpha = 2\cos^2 \alpha$.